

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΙΣΩΣΕΩΝ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

1)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	Ένας μαθητής ρωτήθηκε, τι βαθμό έχει στα Μαθηματικά και απάντησε: Αν από το πενταπλάσιο του βαθμού που έχω αφαιρέσετε 8 μονάδες, θα βρεθεί το διπλάσιο του βαθμού που έχω συν (και) 49 μονάδες. Ποιός ο βαθμός του μαθητή;	
Επιλογή αγνώστου	Αν x ο βαθμός του μαθητή στα Μαθηματικά, τότε το πενταπλάσιό του θα είναι $5x$ και αν αφαιρέσουμε 8 μονάδες θα έχουμε $5x - 8$ μονάδες. Το διπλάσιο του βαθμού που έχει είναι και $2x$ αν προσθέσουμε 49 μονάδες θα έχουμε $2x + 49$ Αυτά τα δυο είναι ίσα. Άρα έχουμε την εξίσωση: $5x - 8 = 2x + 49$	Προσέχω μια -μια τις λέξεις του προβλήματος Γράφω με τη χρήση του x τις προτάσεις του προβλήματος.
ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΙΣΩΣΗΣ	$5x - 8 = 2x + 49 \Leftrightarrow 5x - 2x = 49 + 8 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3x = 57 \Leftrightarrow x = 19$	Χωρίζω γνωστούς από άγνωστους...
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Ο βαθμός του μαθητή είναι 19.	

2)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	Να βρεθεί αριθμός ώστε αν στο τετραπλάσιό του προστεθεί ο 12 αυτό να είναι ίσο με το επταπλάσιο του αριθμού αν αφαιρέσουμε το 69.	
Επιλογή αγνώστου	<p>Αν x ο αριθμός τότε το τετραπλάσιό του είναι $4x$ και προσθέτοντας 12 βρίσκουμε $4x + 12$.</p> <p>Το επταπλάσιο του αριθμού είναι $7x$ και αν αφαιρέσουμε 69 βρίσκουμε $7x - 69$.</p> <p>Αυτά τα δυο είναι ίσα και άρα:</p> $4x + 12 = 7x - 69$	Προσέχω μια-μια τις λέξεις του προβλήματος
ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$4x + 12 = 7x - 69 \Leftrightarrow 4x - 7x = -69 - 12 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -3x = -81 \Leftrightarrow 3x = 81 \Leftrightarrow x = 27$	Χωρίζω γνωστούς από άγνωστους...
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι: ο 27	

3)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ									
	<p>Ένας πατέρας είναι 56 χρονών και έχει δυο γιούς και δυο κόρες (θυγατέρες). Ο πιο μεγάλος του γιός είναι 27 χρονών και η πιο μικρή του κόρη 14 χρονών.</p> <p>α) Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία της πιο μικρής κόρης του;</p> <p>β) Πόσο θα είναι τότε ο πιο μεγάλος γιός του;</p>										
Επιλογή αγνώστου	<p>Αν μετά x χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της πιο μικρής κόρης του:</p> <table border="1" data-bbox="400 952 1134 1171"> <thead> <tr> <th></th> <th>Πατέρας</th> <th>Κόρη</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Σήμερα</td> <td>56</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>Μετά x χρόνια</td> <td>$56+x$</td> <td>$14+x$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Τότε πρέπει η ηλικία του πατέρα να είναι τριπλάσια της τότε ηλικίας της πιο μικρής του κόρης. Άρα πρέπει: $56 + x = 3(14 + x)$</p>		Πατέρας	Κόρη	Σήμερα	56	14	Μετά x χρόνια	$56+x$	$14+x$	Προσέχω μια-μια τις λέξεις του προβλήματος
	Πατέρας	Κόρη									
Σήμερα	56	14									
Μετά x χρόνια	$56+x$	$14+x$									
ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΙΣΩΣΗΣ	$56 + x = 3(14 + x) \Leftrightarrow 56 + x = 42 + 3x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x - 3x = 42 - 56 \Leftrightarrow -2x = -14 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = 7$	Χωρίζω γνωστούς από άγνωστους...									
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	<p>α).Μετά από 7 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της ηλικίας της πιο μικρής κόρης του.</p> <p>β) Ο μεγάλος του γιός θα είναι 34 χρονών.</p>										

4)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ									
	Ένας πατέρας είναι 36 χρονών και έχει γιό 12 χρονών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του γιού θα είναι το ένα τέταρτο της ηλικίας του πατέρα του;										
Επιλογή αγνώστου	<p>Αν μετά x χρόνια η ηλικία του γιού θα είναι το ένα τέταρτο της ηλικίας του πατέρα του :</p> <table border="1" data-bbox="375 840 1114 1057"> <thead> <tr> <th></th> <th>Πατέρας</th> <th>Γιός</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Σήμερα</td> <td>36</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Μετά x χρόνια</td> <td>$36+x$</td> <td>$12+x$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Τότε πρέπει η ηλικία του γιού θα είναι το ένα τέταρτο της ηλικίας του πατέρα του; Άρα:</p> $12 + x = \frac{36 + x}{4}$		Πατέρας	Γιός	Σήμερα	36	12	Μετά x χρόνια	$36+x$	$12+x$	<p>Προσέχω μια-μια τις λέξεις του προβλήματος Γράφω με τη χρήση του x τις προτάσεις του προβλήματος</p>
	Πατέρας	Γιός									
Σήμερα	36	12									
Μετά x χρόνια	$36+x$	$12+x$									
ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$12 + x = \frac{36 + x}{4} \Leftrightarrow 4(12 + x) = 36 + x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 48 + 4x = 36 + x \Leftrightarrow 4x - x = 36 - 48 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3x = -12 \Leftrightarrow x = -4$	Χωρίζω γνωστούς από άγνωστους...									
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	<p>Πριν από 4 χρόνια η ηλικία του γιού ήταν το ένα τέταρτο της ηλικίας του πατέρα του;</p> <p>.</p>										

5)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	Μια νοικοκυρά είχε αυγά. Από τα αυγά που είχε έδωσε στην αδελφή της τα μισά και μισό αυγό, χωρίς να σπάσει κάποιο αυγό. Αν της έμειναν δεκατρία αυγά, πόσα αυγά είχε;	
Επιλογή άγνωστου	<p>Αν είχε x αυγά από αυτά έδωσε τα μισά δηλαδή $\frac{x}{2}$</p> <p>αυγά και μισό αυγό δηλαδή $\frac{1}{2}$ αυγά . Άρα έδωσε $\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ αυγά</p> <p>Άρα της έμειναν $x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$ αυγά</p>	Προσέχω τι δίνεται
	<p>Δίνεται ότι της έμειναν 13 αυγά. Άρα</p> $x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) = 13$ <p>και κάνουμε επίλυση της εξίσωσης</p>	
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) = 13 \Leftrightarrow x - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 13 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2x - x - 1 = 26 \Leftrightarrow x = 27$	
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα η νοικοκυρά είχε 27 αυγά.	

6)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ												
	Σε έναν διψήφιο φυσικό αριθμό, το ψηφίο των δεκάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των μονάδων του. Αν αλλάξουμε τη σειρά των ψηφίων του (οι δεκάδες να γίνουν μονάδες και οι μονάδες δεκάδες) (αλλαγή θέσης ψηφίων), βγαίνει αριθμός κατά 36 μονάδες μικρότερος του αρχικού. Ποιός ο αριθμός;	Κανονικά ο 47 γράφεται: 4.10+7 ή 10.4+7												
Επιλογή άγνωστου	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Δεκάδες</th> <th>Μονάδες</th> <th>Αριθμός</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Αρχικός</td> <td>2x</td> <td>x</td> <td>10.2x+x 21x</td> </tr> <tr> <td>Αλλαγή θέσης ψηφίων</td> <td>x</td> <td>2x</td> <td>10x+2x 12x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Δίνεται ότι ο αριθμός μετά αλλαγή της θέσης των ψηφίων του αρχικού (την εναλλαγή των ψηφίων) είναι 36 μονάδες μικρότερος, άρα: $21x=12x+36$</p>		Δεκάδες	Μονάδες	Αριθμός	Αρχικός	2x	x	10.2x+x 21x	Αλλαγή θέσης ψηφίων	x	2x	10x+2x 12x	Τα ψηφία με τα οποία σχηματίζεται κάθε φυσικός αριθμός είναι τα: 0, 1, 2, 3, ..., 8, 9 Προσέχω τι δίνεται
	Δεκάδες	Μονάδες	Αριθμός											
Αρχικός	2x	x	10.2x+x 21x											
Αλλαγή θέσης ψηφίων	x	2x	10x+2x 12x											
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$21x = 12x + 36 \Leftrightarrow 21x - 12x = 36 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 9x = 36 \Leftrightarrow x = 4$													
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα ο αριθμός είναι :84													

7)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ												
	<p>Σε έναν διψήφιο φυσικό αριθμό, το ψηφίο των μονάδων είναι κατά δυο μονάδες μεγαλύτερο από το ψηφίο των δεκάδων του. Αν αλλάξουμε τη σειρά των ψηφίων του (οι δεκάδες να γίνουν μονάδες και οι μονάδες δεκάδες) (αλλαγή θέσης ψηφίων), βγαίνει αριθμός κατά 18 μονάδες μεγαλύτερος του αρχικού. Ποιός ο αριθμός;</p>	<p>Κανονικά ο 83 γράφεται: $8 \cdot 10 + 3$ ή $10 \cdot 8 + 3$</p>												
Επιλογή άγνωστου	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Δεκάδες</th> <th>Μονάδες</th> <th>Αριθμός</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Αρχικός</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$x+2$</td> <td style="text-align: center;">$10x+x+2$</td> </tr> <tr> <td>Αλλαγή θέσης ψηφίων</td> <td style="text-align: center;">$x+2$</td> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$10(x+2)+x$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Δίνεται ότι ο αριθμός μετά αλλαγή της θέσης των ψηφίων του αρχικού (την εναλλαγή των ψηφίων) είναι 18 μονάδες μεγαλύτερος, άρα: $10(x+2)+x = 10x+x+2+18$</p>		Δεκάδες	Μονάδες	Αριθμός	Αρχικός	x	$x+2$	$10x+x+2$	Αλλαγή θέσης ψηφίων	$x+2$	x	$10(x+2)+x$	<p>Τα ψηφία με τα οποία σχηματίζεται κάθε φυσικός αριθμός είναι τα: 0, 1, 2, 3, ..., 8, 9 Προσέχω τι δίνεται</p>
	Δεκάδες	Μονάδες	Αριθμός											
Αρχικός	x	$x+2$	$10x+x+2$											
Αλλαγή θέσης ψηφίων	$x+2$	x	$10(x+2)+x$											
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$10(x+2)+x = 10x+x+2+18 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 10x+20+x = 11x+20 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 0 \cdot x = 0 \Leftrightarrow \text{αόριστη}$	$x \in \{0,1,2,\dots,9\}$												
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	<p>Άρα ο αριθμός είναι: ή 13 ή 24 ή 35 ή 46 ή 57 ή 68 ή 79</p>													

8)


ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	<p>Από τα σταφύλια που είχε κάποιος έβγαλε κρασί. Από αυτό το κρασί έβαλε στο Α βαρέλι τα $\frac{2}{5}$ αυτού του κρασιού. Στο Β βαρέλι έβαλε το $\frac{1}{6}$ αυτού του κρασιού και στο Γ βαρέλι έβαλε τα $\frac{2}{9}$ αυτού του κρασιού. Αν του έμειναν για να βάλει σε μπουκάλια 38 κιλά:</p> <p>α) Πόσα κιλά ήταν όλο το κρασί που έβγαλε;</p> <p>β) Πόσο κρασί έβαλε σε κάθε βαρέλι;</p>	
Επιλογή άγνωστου	<p>Αν το κρασί ήταν x κιλά στο Α βαρέλι έβαλε $\frac{2x}{5}$ κιλά, στο Β βαρέλι έβαλε $\frac{x}{6}$ κιλά στο Γ βαρέλι έβαλε $\frac{2x}{9}$ κιλά. Και στα τρία βαρέλια έβαλε $\frac{2x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{2x}{9}$ κιλά, άρα του έμειναν $x - \left(\frac{2x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{2x}{9}\right)$ κιλά, τα οποία είναι 38 κιλά. Άρα:</p> $x - \left(\frac{2x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{2x}{9}\right) = 38$	<p>Προσέχω τι δίνεται.</p> <p>Προσέχω μια - μια τις λέξεις του προβλήματος</p> <p>Γράφω με τη χρήση του x τις προτάσεις του προβλήματος</p>

<p>ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ</p>	$x - \left(\frac{2x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{2x}{9} \right) = 38 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x - \frac{2x}{5} - \frac{x}{6} - \frac{2x}{9} = 38 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 90x - 36x - 15x - 20x = 38 \cdot 90 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 19x = 3420 \Leftrightarrow x = 180$	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΗ</p>	<p>Άρα α) 180 κιλά ήταν όλο το κρασί.</p> <p>β) Στο Α βαρέλι τα $\frac{2 \cdot 180}{5} = 72$ κιλά αυτού του κρασιού.</p> <p>Στο Β βαρέλι έβαλε το $\frac{180}{6} = 30$ κιλά αυτού του κρασιού</p> <p>και στο Γ βαρέλι έβαλε τα $\frac{2 \cdot 180}{9} = 40$ κιλά αυτού του κρασιού.</p>	

9)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ															
	Ένας τριψήφιος φυσικός αριθμός είναι μεγαλύτερος του 500 και μικρότερος του 600. Το άθροισμα των ψηφίων του είναι 15. Αν αλλάξουμε τη σειρά των ψηφίων του (οι εκατοντάδες να γίνουν μονάδες και οι μονάδες εκατοντάδες, οι δεκάδες όπως είναι) (αλλαγή θέσης ψηφίων), βγαίνει αριθμός κατά 198 μονάδες μεγαλύτερος του αρχικού. Ποιός ο αριθμός;	Κανονικά ο 683 γράφεται: $6 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3$ ή $100 \cdot 6 + 10 \cdot 8 + 3$															
Επιλογή άγνωστου	<table border="1" data-bbox="395 958 1118 1301"> <thead> <tr> <th></th> <th>Εκατοντάδες</th> <th>Δεκάδες</th> <th>Μονάδες</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Αρχικός</td> <td>5</td> <td>x</td> <td>10-x</td> <td>$500 + 10x + 10 - x = 9x + 510$</td> </tr> <tr> <td>Αλλαγή θέσης ψηφίων</td> <td>10-x</td> <td>x</td> <td>5</td> <td>$100 \cdot (10-x) + 10x + 5 = 1005 - 90x$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Δίνεται ότι ο αριθμός μετά αλλαγή της θέσης των ψηφίων του αρχικού (την εναλλαγή των ψηφίων) είναι 198 μονάδες μεγαλύτερος, άρα:</p> $9x + 510 = 1005 - 90x - 198$		Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες		Αρχικός	5	x	10-x	$500 + 10x + 10 - x = 9x + 510$	Αλλαγή θέσης ψηφίων	10-x	x	5	$100 \cdot (10-x) + 10x + 5 = 1005 - 90x$	Τα ψηφία με τα οποία σχηματίζεται κάθε φυσικός αριθμός είναι τα: 0, 1, 2, 3, ..., 8, 9 Προσέχω τι δίνεται
	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες														
Αρχικός	5	x	10-x	$500 + 10x + 10 - x = 9x + 510$													
Αλλαγή θέσης ψηφίων	10-x	x	5	$100 \cdot (10-x) + 10x + 5 = 1005 - 90x$													
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$9x + 510 = 1005 - 90x - 198 \Leftrightarrow 99x = 297 \Leftrightarrow x = 3$																
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα ο αριθμός είναι ο: 537																

10)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	<p>Ένας εργάτης τελειώνει (κάνει), μόνος του, ένα έργο σε 12 μέρες. Ένας δεύτερος εργάτης τελειώνει, μόνος του, το ίδιο έργο σε 15 μέρες. Ένας τρίτος εργάτης τελειώνει, μόνος του, το ίδιο έργο σε 60 μέρες. Αν εργαστούν και οι τρεις μαζί, σε πόσες μέρες θα τελειώσουν το ίδιο έργο; (κάθε εργάτης κάνει κάθε μέρα το ίδιο μέρος του έργου).</p> 	<p>Αν ένας εργάτης τελειώνει (κάνει) ένα έργο σε 12 μέρες, σε μια μέρα θα τελειώσει (θα κάνει) το $\frac{1}{12}$ του έργου.</p>
<p>Επιλογή άγνωστου</p>	<p>Ο πρώτος εργάτης σε μια μέρα εκτελεί (κάνει) το $\frac{1}{12}$ του έργου.</p> <p>Ο δεύτερος εργάτης σε μια μέρα εκτελεί το $\frac{1}{15}$ του έργου.</p> <p>Ο τρίτος εργάτης σε μια μέρα εκτελεί το $\frac{1}{60}$ του έργου.</p> <p>Αν και οι τρεις τελειώσουν το έργο σε x μέρες:</p> <p>Ο πρώτος θα εκτελέσει τα $\frac{x}{12}$ του έργου.</p> <p>Ο δεύτερος θα εκτελέσει τα $\frac{x}{15}$ του έργου.</p> <p>Ο τρίτος θα εκτελέσει τα $\frac{x}{60}$ του έργου.</p>	<p>Προσέχω τι δίνεται.</p> <p>Προσέχω μια - μια τις λέξεις του προβλήματος</p> <p>Γράφω με τη χρήση του x τις προτάσεις του προβλήματος</p>

	<p>Και οι τρεις μαζί σε x μέρες εκτελούν (κάνουν) τα: $\frac{x}{12} + \frac{x}{15} + \frac{x}{60}$ του έργου, δηλαδή όλο το έργο. Άρα $\frac{x}{12} + \frac{x}{15} + \frac{x}{60} = 1$</p>	
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$\frac{x}{12} + \frac{x}{15} + \frac{x}{60} = 1 \Leftrightarrow 5x + 4x + x = 60 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 10x = 60 \Leftrightarrow x = 6$	
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα και οι τρεις θα τελειώσουν το έργο σε 6 μέρες	

11)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	<p>Δυο αδέρφια είχαν 48 ευρώ και τα μοίρασαν. Να βρεθεί πόσα πήρε ο κάθε ένας, αν προσθέτοντας, το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων που πήρε ο μεγαλύτερος, με το $\frac{1}{6}$ των χρημάτων που πήρε ο μικρότερος κάνουν 10,5 ευρώ.</p>	
<p>Επιλογή άγνωστου</p>	<p>Αν x ευρώ πήρε ο μεγαλύτερος, τότε ο μικρότερος θα πήρε $48-x$ ευρώ. Το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων που πήρε ο μεγαλύτερος, είναι $\frac{x}{4}$ και το $\frac{1}{6}$ των χρημάτων που πήρε ο μικρότερος είναι $\frac{48-x}{6}$. Δίνεται ότι αυτά τα δυο ποσά έχουν άθροισμα 10,5 ευρώ. Άρα: $\frac{x}{4} + \frac{48-x}{6} = 10,5$</p>	<p>Προσέχω τι δίνεται</p>
<p>ΕΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ</p>	$\frac{x}{4} + \frac{48-x}{6} = 10,5 \Leftrightarrow 3x + 2(48-x) = 12 \cdot 10,5 \Leftrightarrow 3x + 96 - 2x = 126 \Leftrightarrow x = 30$	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΗ</p>	<p>Άρα ο μεγαλύτερος πήρε 30 ευρώ και ο μικρότερος 18 ευρώ.</p>	

12)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	Δυο αριθμοί έχουν άθροισμα 96. Αν από τα $\frac{2}{3}$ του μεγαλύτερου αφαιρεθούν τα $\frac{7}{10}$ του μικρότερου μένουν 23. Ποιοί οι αριθμοί;	
Επιλογή άγνωστου	Αν x ο μεγαλύτερος, τότε ο μικρότερος θα είναι $96-x$. Τα $\frac{2}{3}$ του μεγαλύτερου είναι $\frac{2x}{3}$ και τα $\frac{7}{10}$ του μικρότερου, είναι $\frac{7(96-x)}{10}$. Από τα δοσμένα έχουμε: $\frac{2x}{3} - \frac{7(96-x)}{10} = 23$	Προσέχω τι δίνεται
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$\frac{2x}{3} - \frac{7(96-x)}{10} = 23 \Leftrightarrow 20x - 21(96-x) = 690 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 20x + 21x - 2016 = 690 \Leftrightarrow 41x = 2706 \Leftrightarrow x = 66$	
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα ο μεγαλύτερος αριθμός είναι ο 66 και ο μικρότερος ο $96-66=30$	

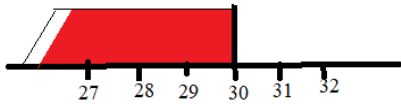
13)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	Ένας θείος έδωσε στα τρία ανίψια του, τον Παύλο, τον Γιώργο και την Ειρήνη, 600 ευρώ. Από αυτά ο Γιώργος πήρε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων που πήρε ο Παύλος και η Ειρήνη τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων που πήρε ο Παύλος. Πόσα ευρώ πήρε κάθε ανίψι;	Το πρόβλημα αναφέρεται δυο φορές στα χρήματα που πήρε ο Παύλος, άρα τα ποσά των άλλων θα τα συσχετίσουμε με τα χρήματα που πήρε ο Παύλος.
Επιλογή άγνωστου	Αν x είναι τα ευρώ που πήρε ο Παύλος, τότε ο Γιώργος πήρε $\frac{x}{3}$ ευρώ και η Ειρήνη πήρε $\frac{3x}{4}$ ευρώ. Όλα τα χρήματα ήταν 600 ευρώ άρα $x + \frac{x}{3} + \frac{3x}{4} = 600$	Προσέχω τι δίνεται
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	$x + \frac{x}{3} + \frac{3x}{4} = 600 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 12x + 4x + 9x = 7200 \Leftrightarrow 25x = 7200 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = 288$	$\frac{x}{3} = \frac{288}{3} = 96$ $\frac{3x}{4} = \frac{3 \cdot 288}{4} = 216$
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα: Ο Παύλος πήρε 288 ευρώ Ο Γιώργος πήρε 96 ευρώ Η Ειρήνη πήρε 216 ευρώ.	

14)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	<p>Ο Δημήτρης είχε 48 ευρώ και ο Γιώργος 32 ευρώ. Ο Γιώργος έδωσε στον Δημήτρη μερικά ευρώ και έτσι, τότε, ο Γιώργος είχε $\frac{3}{7}$ των ευρώ που είχε, τότε, ο Δημήτρης. Πόσα ευρώ έδωσε ο Γιώργος στον Δημήτρη;</p>	
Επιλογή άγνωστου	<p>Αν ο Γιώργος έδωσε στον Δημήτρη x, τότε ο Δημήτρης είχε $48+x$ και ο Γιώργος $32-x$ ευρώ. Αλλά τότε, ο Γιώργος είχε τα $\frac{3}{7}$ των ευρώ που είχε, τότε, ο Δημήτρης.. Άρα: $32 - x = \frac{3}{7}(48 + x)$</p>	Προσέχω τι δίνεται
ΕΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ	$32 - x = \frac{3}{7}(48 + x) \Leftrightarrow 32 - x = \frac{3(48 + x)}{7} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 32 - x = \frac{144 + 3x}{7} \Leftrightarrow 224 - 7x = 144 + 3x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -10x = -80 \Leftrightarrow 10x = 80 \Leftrightarrow x = 8$	
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα ο Γιώργος έδωσε στον Δημήτρη 8 ευρώ.	

15)

ΠΡΑΞΕΙΣ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΣΚΕΨΕΙΣ
	Ένας είχε 48 νομίσματα του ενός ευρώ και τα χώρισε σε δύο άνισα μέρη, Αν από το $\frac{1}{4}$ του μεγάλου μέρους (το μέρος με τα πιο πολλά νομίσματα), αφαιρεθεί το $\frac{1}{3}$ του μικρότερου μέρους, μένει ποσό μικρότερο ή ίσο του 1,5 ευρώ. Πόσα νομίσματα του ενός ευρώ είχε το μεγάλο μέρος;	
Επιλογή άγνωστου	<p>Αν x τα νομίσματα του ενός ευρώ που έχει το μεγάλο μέρος, τότε $48-x$ νομίσματα του ενός ευρώ θα έχει το μικρό μέρος.</p> <p>Το $\frac{1}{4}$ του μεγάλου μέρους είναι $\frac{x}{4}$.</p> <p>Το $\frac{1}{3}$ του μικρότερου μέρους είναι $\frac{48-x}{3}$ και προσέχοντας τα δοσμένα</p> <p>πρέπει : $\frac{x}{4} - \frac{48-x}{3} \leq 1,5$</p>	<p>Προσέχω τι δίνεται .</p> <p>Προσέχω μια - μια τις λέξεις του προβλήματος</p> <p>Γράφω με τη χρήση του x τις προτάσεις του προβλήματος</p>
ΑΝΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΝΙΣΩΣΗΣ	$\frac{x}{4} - \frac{48-x}{3} \leq 1,5 \Leftrightarrow 3x - 4(48-x) \leq 12 \cdot 1,5 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3x - 192 + 4x \leq 18 \Leftrightarrow 7x \leq 210 \Leftrightarrow x \leq 30$ 	Το μεγάλο μέρος, πρέπει να είναι πιο μεγάλο από το μισό του 48
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	Άρα το μεγάλο μέρος μπορεί να έχει: 25 ή 26 ή 27 ή 28 ή 29 ή 30 ευρώ	