

**** ΙΔΙΩΤΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΔΟΥΡΑΧΑΝΗΣ ****

*** Τηλ. 26510 52247 ΔΟΥΡΑΧΑΝΗ ΙΩΑΝΝΙΝΑ ***

** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ **

* ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ *

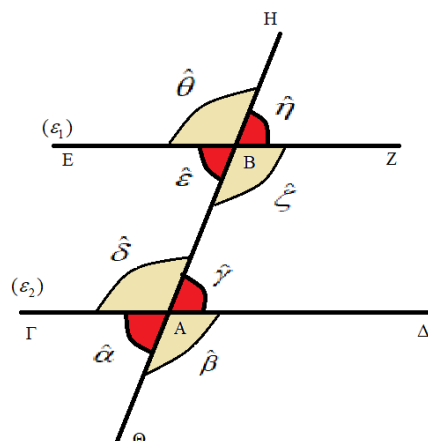
ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΟΥ ΤΕΜΝΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΙΤΗ

	<p>Όταν δυο παράλληλες ευθείες, τέμνονται από τρίτη, τότε:</p> <p>Οι οξείες γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους: $\hat{\alpha} = \hat{\gamma} = \hat{\varepsilon} = \hat{\eta}$</p> <p>Οι αμβλείες γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους: $\hat{\beta} = \hat{\delta} = \hat{\zeta} = \hat{\theta}$</p>
--	---

Μια από τις οξείες γωνίες με μια από τις αμβλείες γωνίες έχουν άθροισμα 180^0 ή 2 ορθές (είναι παραπληρωματικές).

<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:</p> $\hat{\gamma} = \hat{\varepsilon}$ <p>και $\hat{\delta} = \hat{\zeta}$</p>	<p>Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:</p> $\hat{\gamma} = \hat{\eta} \text{ και } \hat{\delta} = \hat{\theta} \text{ και}$ $\hat{\varepsilon} = \hat{\alpha} \text{ και } \hat{\zeta} = \hat{\beta}$	<p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180^0 ή 2 ορθές):</p> $\hat{\gamma} + \hat{\zeta} = 180^0$ <p>και $\hat{\delta} + \hat{\varepsilon} = 180^0$</p>
---	---	--

1) Στο δίπλα σχήμα η γωνία $\hat{\beta} = 126^\circ$ να βρεθούν οι άλλες επτά γωνίες που φαίνονται στο δίπλα σχήμα.



Απάντηση:

Δίνεται ότι μια από τις αμβλείες γωνίες είναι : $\hat{\beta} = 126^\circ$ άρα και οι άλλες αμβλείες θα είναι ίσες με αυτή.

Έτσι : $\hat{\delta} = \hat{\zeta} = \hat{\theta} = \hat{\beta} = 126^\circ$

Κάθε μια από τις οξείες γωνίες είναι παραπληρωματική μιας από τις αμβλείες άρα κάθε μια θα είναι:

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 126 \\ \hline 54^\circ \end{array}$$

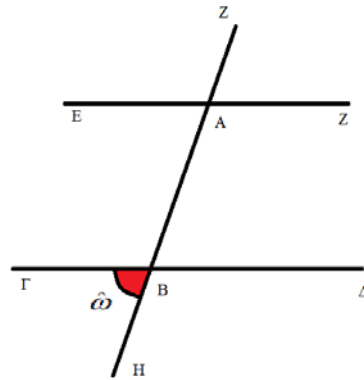
έτσι : $\hat{\alpha} = \hat{\gamma} = \hat{\varepsilon} = \hat{\eta} = 54^\circ$

Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:

Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:

Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές):

2) Δυο παράλληλες ευθείες τέμνοντα από μια τρίτη. Μια από τις σχηματιζόμενες γωνίες είναι 68° . Να βρεθούν οι άλλες γωνίες και να συμπληρωθεί το διπλανό σχήμα.



Απάντηση:

Αν στο σχήμα είναι $\hat{\omega} = 68^\circ$ τότε και κάθε μια από τις άλλες οξείες γωνίες

θα είναι: 68°

Κάθε μια από τις αμβλείες γωνίες θα

180

είναι: $\frac{-68}{112^\circ}$

Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:

Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:

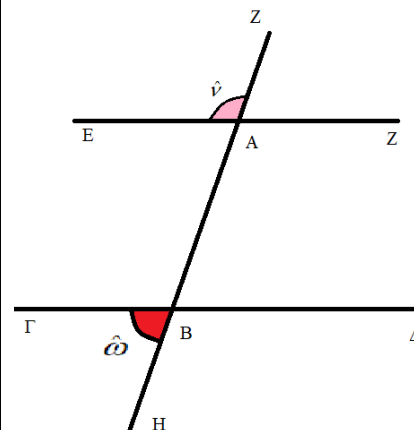
Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές):

3) Δυο παράλληλες ευθείες τέμνοντα από μια τρίτη. Μια από τις

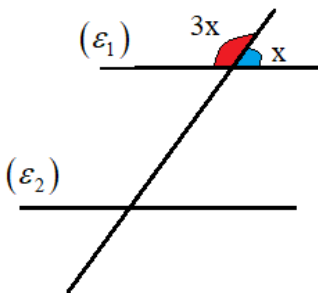
σχηματιζόμενες γωνίες είναι $\frac{16}{13}$

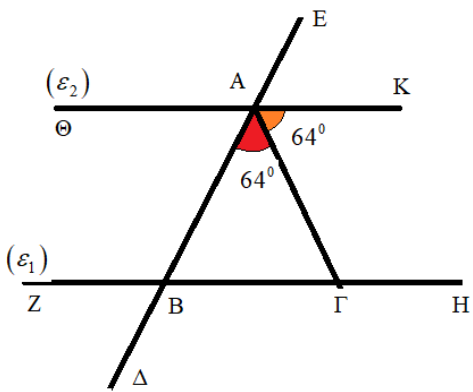
ορθής .

Να βρεθούν οι άλλες γωνίες και να συμπληρωθεί το διπλανό σχήμα.



<p>Απάντηση:</p> <p>Αν στο σχήμα είναι $\hat{\nu} = \frac{16}{13}$ ορθής</p> <p>τότε και κάθε μια από τις άλλες</p> <p>αμβλείες γωνίες θα είναι $\frac{16}{13}$ ορθής:</p> <p>Κάθε μια από τις οξείες γωνίες θα</p> <p>είναι: $2 - \frac{16}{13} = \frac{26}{13} - \frac{16}{13} = \frac{10}{13}$</p> <p>μέρη ορθής</p>	<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:</p> <p>Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους:</p> <p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180^0 ή 2 ορθές):</p>
--	---

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>4) Δυο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη.</p> <p>Από τις γωνίες που σχηματίζονται μια είναι τριπλάσια μιας άλλης. Πόσο είναι κάθε γωνία από αυτές; Γιατί;</p>	
<p><u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</u> Από τις γωνίες που σχηματίζονται αν μια είναι x τότε η άλλη θα είναι τριπλάσια δηλαδή $3x$.</p> <p>Οι γωνίες αυτές είναι παραπληρωματικές, άρα:</p> $x + 3x = 180 \Leftrightarrow 4x = 180 \Leftrightarrow x = \frac{180}{4} \Leftrightarrow x = 45^0$ <p>Έτσι κάθε μια από τις οξείες θα είναι 45^0 και κάθε μια από τις αμβλείες θα είναι $3x = 135^0$.</p>		<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180^0 ή 2 ορθές).</p>

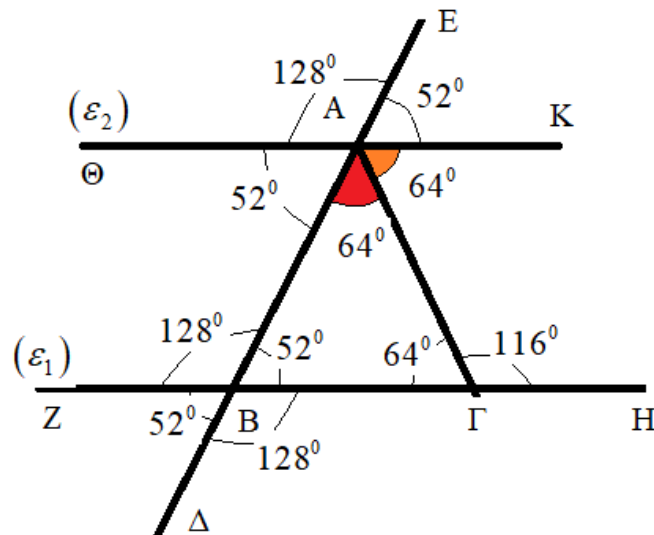
ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>5) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνονται οι δυο γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 9 γωνίες που υπάρχουν στο σχήμα.</p> <p>B) Τι είδους τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: A.1) Είναι $\hat{B}\Gamma A = \hat{\Gamma A E} = 64^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$.</p> <p>A.2) Το άθροισμα των δυο γωνιών του τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$ είναι:</p> $\begin{array}{r} 64 \\ + 64 \\ \hline 128^\circ \end{array}$ <p>Η τρίτη γωνία του $\hat{A}B\Gamma$ είναι: $\frac{180}{52^\circ}$</p> <p>Έτσι $\hat{A}B\Gamma = 52^\circ$.</p> <p>A.3) Είναι $\hat{\Theta A E} = \hat{B A K} = 128^\circ$ σαν κατακορυφήν</p> <p>A.4) Είναι $\hat{E A K} = 180 - \hat{\Theta A E} = 180 - 128^\circ = 52^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.5) Είναι $\hat{\Theta A B} = \hat{E A K} = 52^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>A.6) Είναι $\hat{Z B \Delta} = \hat{A B \Gamma} = 52^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>A.7) Είναι $\hat{A B Z} = 180 - \hat{A B \Gamma} = 180 - 52 = 128^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p>	<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).</p>	

A.8) Είναι $\hat{\Delta B\Gamma} = \hat{A\hat{B}Z} = 128^\circ$ σαν κατακορυφήν.

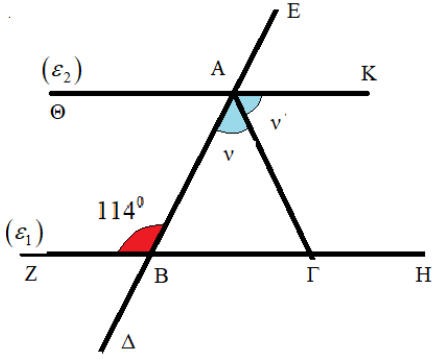
A.9) Είναι $\hat{A\hat{G}H} = 180 - \hat{A\hat{G}B} = 180 - 64 = 116^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

B) Στο τρίγωνο $\hat{A}B\hat{G}$ είναι $\hat{B\hat{A}G} = \hat{A\hat{G}B} = 64^\circ$
 άρα είναι ισοσκελές, με $BA = B\hat{G}$.

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180° ή 2 ορθές



Τα μέτρα των γωνιών που είναι ζητούμενες φαίνονται και στο διπλανό σχήμα.

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>6) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνεται η γωνία $\hat{A}BZ = 114^\circ$ που φαίνεται στο σχήμα. Η ΑΓ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}A\text{K}$.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 10 γωνίες που υπάρχουν στο σχήμα.</p> <p>B) Τι είδους τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: A.1) Είναι $\hat{B}A\text{K} = \hat{A}BZ = 114^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$</p> $\text{\acute{a}ρα } \hat{\nu} = \hat{B}A\Gamma = \hat{\Gamma}A\text{K} = \frac{114}{2} = 57^\circ .$ <p>A.2) Είναι $\hat{\Theta}A\text{E} = \hat{B}A\text{K} = 114^\circ$ σαν κατακορυφήν</p> <p>A.3) Είναι $\hat{E}A\text{K} = 180 - \hat{\Theta}A\text{E} = 180 - 114^\circ = 66^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.4) Είναι $\hat{\Theta}A\text{B} = \hat{E}A\text{K} = 66^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>A.5) Είναι $\hat{A}B\Gamma = 180 - \hat{A}BZ = 180 - 114 = 66^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.6) Είναι $\hat{Z}B\Delta = \hat{A}B\Gamma = 66^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p>		<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).</p>

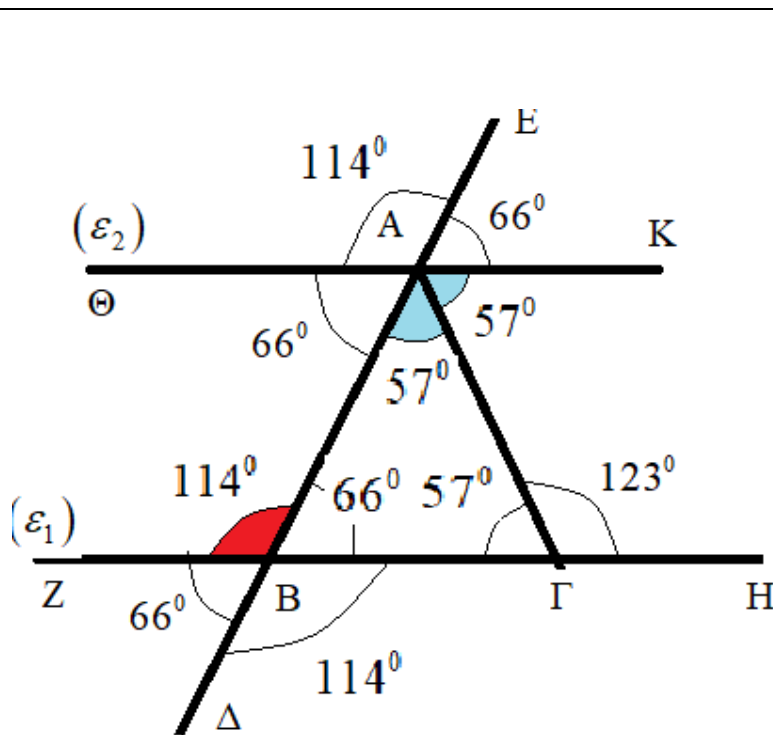
A.7) Είναι $\hat{\Delta B\Gamma} = \hat{A B Z} = 114^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.8) Είναι $\hat{A\Gamma H} = 180 - \hat{A\Gamma B} = 180 - 57 = 123^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

B) Στο τρίγωνο $\hat{A B \Gamma}$ είναι $\hat{B A \Gamma} = \hat{A \Gamma B} = 57^\circ$ άρα είναι ισοσκελές, με $BA = B\Gamma$.

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι

180° ή 2 ορθές



Τα μέτρα των γωνιών που είναι ζητούμενες φαίνονται και στο διπλανό σχήμα.

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>7) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνεται η γωνία $\hat{A}BE = 58^\circ$ που φαίνεται στο σχήμα.</p> <p>Η $ΑΓ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{E}AK$.</p> <p>Η $ΑΒ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{H}AE$.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 17 γωνίες που υπάρχουν στο σχήμα.</p> <p>B) Τι είδους τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\hat{A}BE$; Όμοια το τρίγωνο $\hat{E}AG$.</p> <p>Γ) Τι είναι το E για το ευθύγραμμο τμήμα $BΓ$;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</p> <p>A.1) Είναι $\hat{\Delta}BA = \hat{A}BE = 58^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>A.2) Είναι $\hat{A}B\Delta = 180 - \hat{A}BE = 180 - 58 = 122^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.3) Είναι $\hat{A}BE = \hat{A}B\Delta = 122^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>A.4) Είναι $\nu = \hat{H}AB = \hat{A}BE = 58^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$, άρα $\hat{H}AE = 2\nu = 2 \cdot 58^\circ = 116^\circ$.</p> <p>A.5) Είναι $\hat{\Sigma}AK = \hat{H}AE = 116^\circ$ σαν κατακορυφήν</p>		

A.6) Είναι $\hat{H}\hat{A}\hat{\Sigma} = 180 - \hat{\Sigma}\hat{A}\hat{K} = 180 - 116^\circ = 64^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.7) Είναι $\hat{E}\hat{A}\hat{K} = \hat{H}\hat{A}\hat{\Sigma} = 64^\circ$ σαν κατακορυφήν.

Έτσι είναι $\varphi = \frac{\hat{E}\hat{A}\hat{K}}{2} = 32^\circ$.

A.8) Είναι $\hat{E}\hat{\Gamma}\hat{A} = \hat{\Gamma}\hat{A}\hat{K} = \varphi = 32^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$.

A.9) Είναι $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{Z} = 180 - \hat{E}\hat{\Gamma}\hat{A} = 180 - 32 = 148^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.10) Είναι $\hat{E}\hat{\Gamma}\hat{N} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{Z} = 148^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.11) Είναι $\hat{N}\hat{\Gamma}\hat{Z} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = 32^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.12) Είναι $\hat{A}\hat{E}\hat{B} = \hat{E}\hat{A}\hat{K} = 64^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$.

A.13) Είναι $\hat{M}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{E}\hat{B} = 64^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.14) Είναι $\hat{A}\hat{E}\hat{\Gamma} = 180 - \hat{A}\hat{E}\hat{B} = 180 - 64 = 116^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.15) Είναι $\hat{B}\hat{E}\hat{M} = \hat{A}\hat{E}\hat{\Gamma} = 116^\circ$ σαν κατακορυφήν.

B) Στο τρίγωνο $\hat{A}\hat{B}\hat{E}$ είναι $\hat{A}\hat{B}\hat{E} = \hat{B}\hat{A}\hat{E} = 58^\circ$ άρα είναι ισοσκελές, με $EB=EA$.

Στο τρίγωνο $\hat{E}\hat{A}\hat{\Gamma}$ είναι $\hat{E}\hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = 32^\circ$ άρα είναι ισοσκελές, με $E\Gamma=EA$.

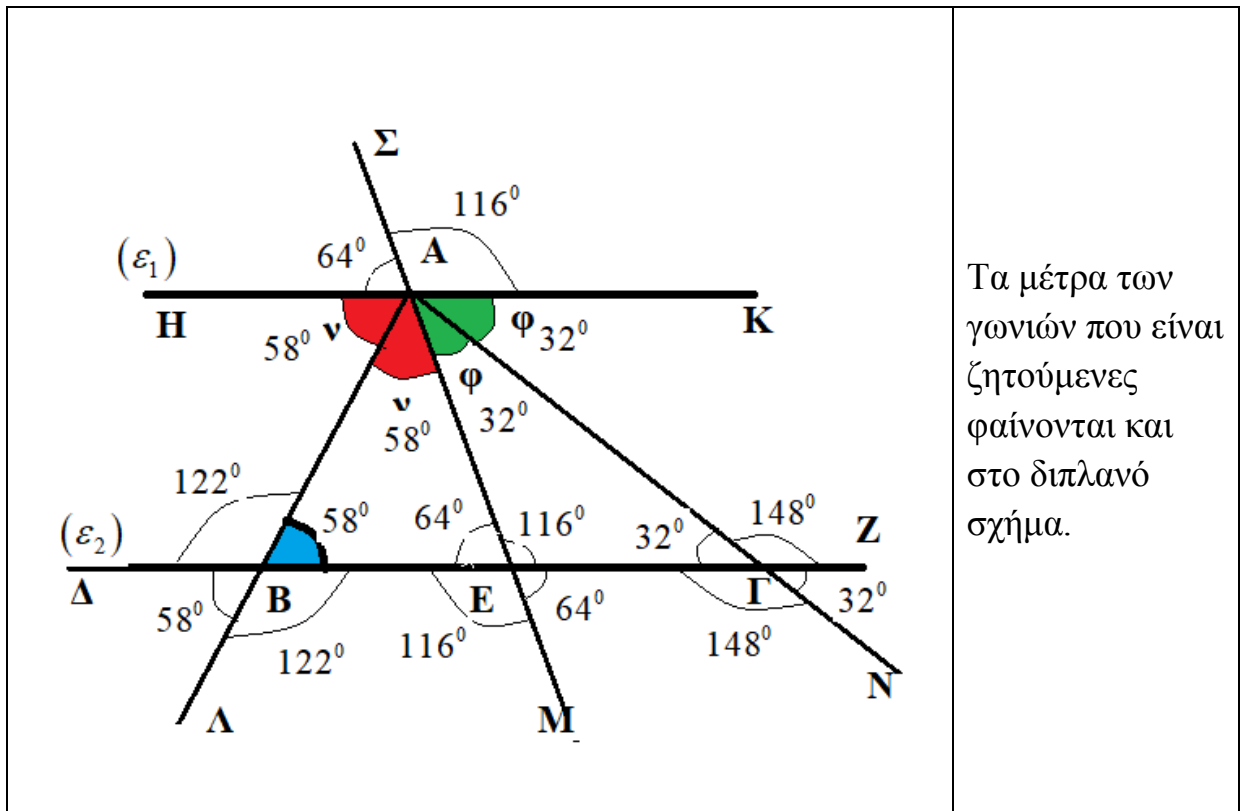
Γ) Έχει αποδειχτεί: $EB=EA$ και $E\Gamma=EA$ άρα $EB=E\Gamma$ άρα E μέσο της ΒΓ.

Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180° ή 2 ορθές



Τα μέτρα των γωνιών που είναι ζητούμενες φαίνονται και στο διπλανό σχήμα.

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>8) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνεται η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 48^\circ$ και η γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{H} = 132^\circ$ που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 18 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>B) Υπάρχουν στο σχήμα ισοσκελή τρίγωνα; Γιατί;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: A.1) Είναι $\hat{Z}\hat{B}\hat{\Lambda} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 48^\circ$ σαν κατακορυφήν</p> <p>A.2) Είναι $\hat{A}\hat{B}\hat{Z} = 180 - \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 180 - 48^\circ = 132^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.3) Είναι $\hat{\Lambda}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{B}\hat{Z} = 132^\circ$ σαν κατακορυφήν</p>		

A.3) Είναι $\widehat{BGM} = \widehat{AGH} = 132^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.4) Είναι $\widehat{AGB} = 180 - \widehat{AGH} = 180 - 132^\circ = 48^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.5) Είναι $\widehat{MGH} = \widehat{AGB} = 48^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.6) Το άθροισμα των δυο γωνιών του τριγώνου \widehat{ABG} είναι:

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 48 \\ \hline 96^\circ \end{array} \quad \begin{array}{r} 180 \\ - 96 \\ \hline 84^\circ \end{array}$$

Η τρίτη γωνία του \widehat{ABG} είναι:

Έτσι $\widehat{BAG} = 84^\circ$.

A.7) Είναι $\widehat{DAE} = \widehat{BAG} = 84^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.8) Είναι $\widehat{EAB} = 180 - \widehat{BAG} = 180 - 84^\circ = 96^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.9) Είναι $\widehat{DAG} = \widehat{EAB} = 96^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.10) Είναι $\widehat{EAD} = \widehat{ABG} = 48^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$

A.11) Είναι $\widehat{TKD} = \widehat{EAD} = 48^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.12) Είναι $\widehat{TDE} = 180 - \widehat{TKD} = 180 - 48^\circ = 132^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.13) Είναι $\widehat{ADK} = \widehat{EDT} = 132^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.14) Είναι $\widehat{DEA} = \widehat{AGB} = 48^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$

A.15) Είναι $\widehat{SE\Theta} = \widehat{DEA} = 48^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.16) Είναι $\widehat{SED} = 180 - \widehat{SE\Theta} = 180 - 48 = 132^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.11) Είναι $\widehat{\Theta EA} = \widehat{SED} = 132^\circ$ σαν κατακορυφήν

Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

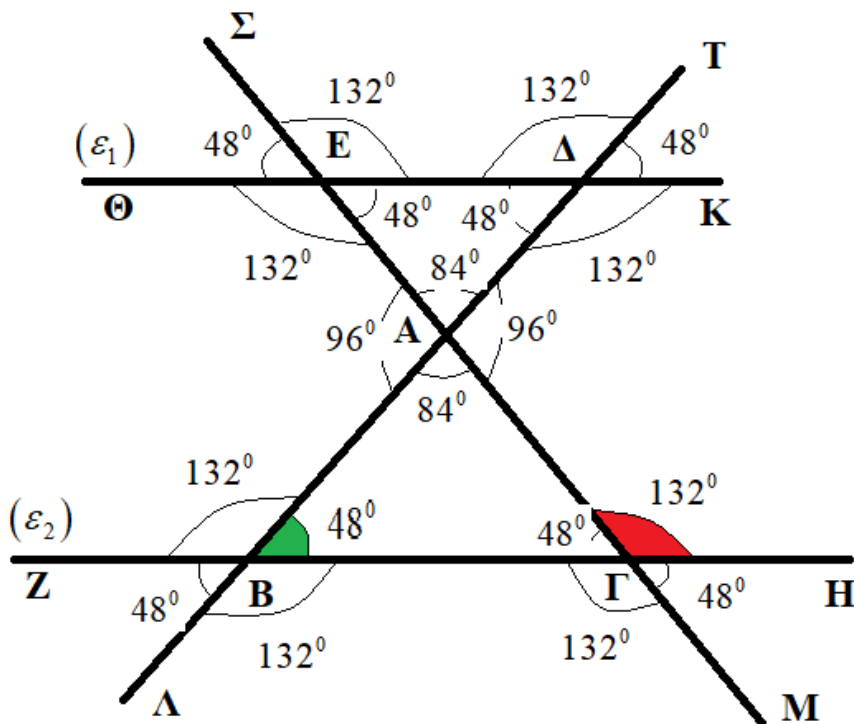
Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι

180° ή 2 ορθές

Γ.1) Στο τρίγωνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ είναι $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 48^\circ$ άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με $AB=AG$.

Γ.2) Στο τρίγωνο $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E}$ είναι $\hat{E}\hat{\Delta}\hat{A} = \hat{\Delta}\hat{E}\hat{A} = 48^\circ$ άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με $A\Delta=AE$.



Τα μέτρα των γωνιών που είναι ζητούμενες φαίνονται και στο διπλανό σχήμα.

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>9) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνεται η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 58^\circ$ και η γωνία $\hat{A}\hat{E}\hat{M} = 134^\circ$ που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 18 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>B) Υπάρχουν στο σχήμα ισοσκελή τρίγωνα; Γιατί; * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: A.1) Είναι $\hat{Z}\hat{B}\hat{\Theta} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 58^\circ$ σαν κατακορυφήν</p> <p>A.2) Είναι $\hat{\Delta}\hat{B}\hat{Z} = 180 - \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 180 - 58^\circ = 122^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.3) Είναι $\hat{\Theta}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{\Delta}\hat{B}\hat{Z} = 122^\circ$ σαν κατακορυφήν</p>		

A.4) Είναι $\hat{A}\hat{D}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{G} = 58^\circ$ εντός εκτός και επί τα αυτά
(στο ίδιο μισοεπίπεδο), των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$

A.5) Είναι $\hat{L}\hat{D}\hat{B} = \hat{A}\hat{D}\hat{E} = 58^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.6) Είναι $\hat{A}\hat{D}\hat{L} = 180 - \hat{A}\hat{D}\hat{E} = 180 - 58^\circ = 122^\circ$ εφεξής
παραπληρωματικές.

A.7) Είναι $\hat{B}\hat{D}\hat{E} = \hat{A}\hat{D}\hat{L} = 122^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.8) Είναι $\hat{D}\hat{E}\hat{G} = \hat{A}\hat{E}\hat{M} = 134^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.9) Είναι $\hat{A}\hat{E}\hat{D} = 180 - \hat{A}\hat{E}\hat{M} = 180 - 134^\circ = 46^\circ$ εφεξής
παραπληρωματικές.

A.10) Είναι $\hat{M}\hat{E}\hat{G} = \hat{A}\hat{E}\hat{D} = 46^\circ$ σαν κατακορυφήν .

A.11) Είναι $\hat{E}\hat{G}\hat{H} = \hat{A}\hat{E}\hat{M} = 134^\circ$ εντός εκτός και επί τα αυτά
(στο ίδιο μισοεπίπεδο), των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$.

A.12) Είναι $\hat{B}\hat{G}\hat{K} = \hat{E}\hat{G}\hat{H} = 134^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.13) Είναι $\hat{E}\hat{G}\hat{B} = 180 - \hat{E}\hat{G}\hat{H} = 180 - 134^\circ = 46^\circ$ εφεξής
παραπληρωματικές.

A.14) Είναι $\hat{K}\hat{G}\hat{H} = \hat{E}\hat{G}\hat{B} = 46^\circ$ σαν κατακορυφήν.

A.15) Το άθροισμα των δυο γωνιών του τριγώνου $\hat{A}\hat{B}\hat{G}$ είναι:

$$\begin{array}{r} 58 \\ + 46 \\ \hline 104^\circ \end{array}$$
 Η τρίτη γωνία του $\hat{A}\hat{B}\hat{G}$ είναι: $\frac{180 - 104}{2} = 76^\circ$

Έτσι $\hat{B}\hat{A}\hat{G} = 76^\circ$.

A.16) Είναι $\hat{\Sigma}\hat{A}\hat{T} = \hat{B}\hat{A}\hat{G} = 76^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.17) Είναι $\hat{T}\hat{A}\hat{E} = 180 - \hat{B}\hat{A}\hat{G} = 180 - 76^\circ = 104^\circ$ εφεξής
παραπληρωματικές.

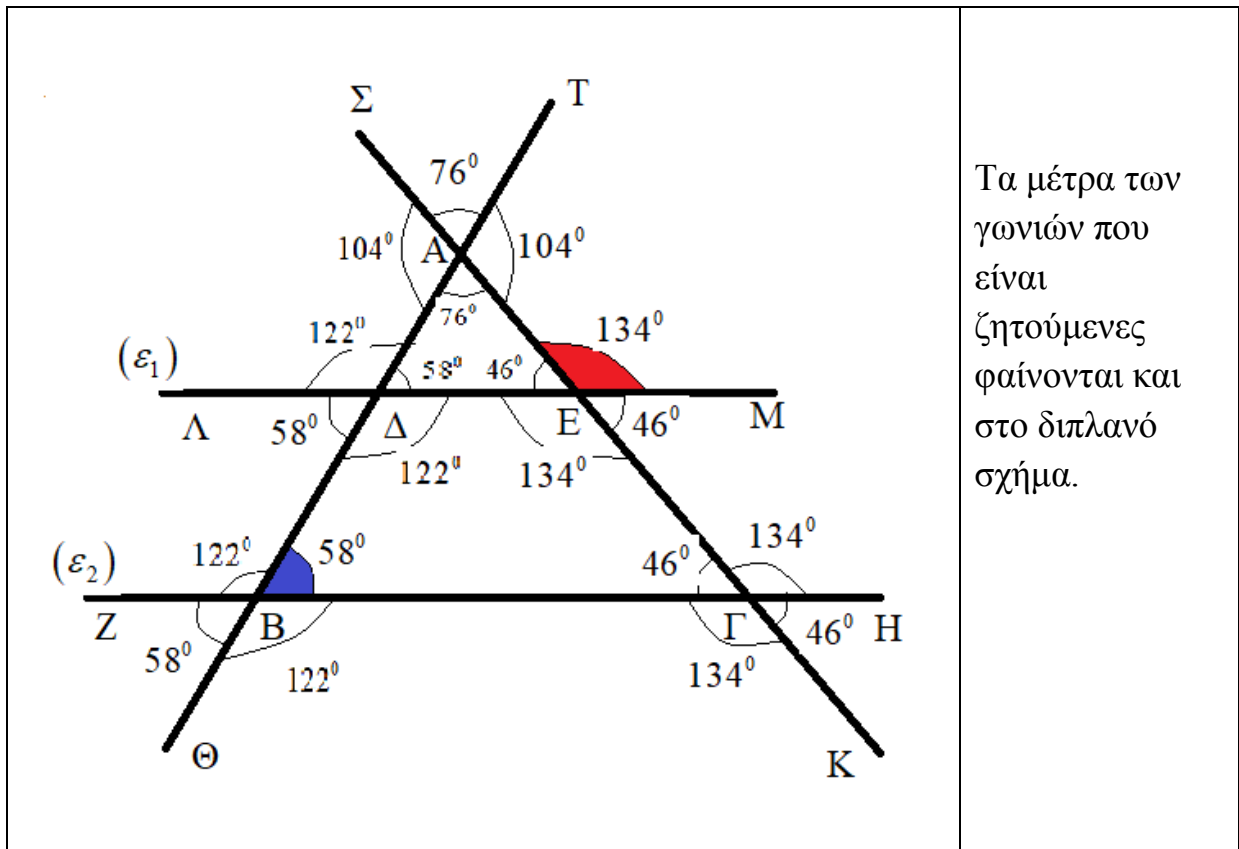
A.18) Είναι $\hat{\Sigma}\hat{A}\hat{D} = \hat{T}\hat{A}\hat{E} = 104^\circ$ σαν κατακορυφήν.

Δυο εντός και
εναλλάξ γωνίες
είναι ίσες μεταξύ
τους.

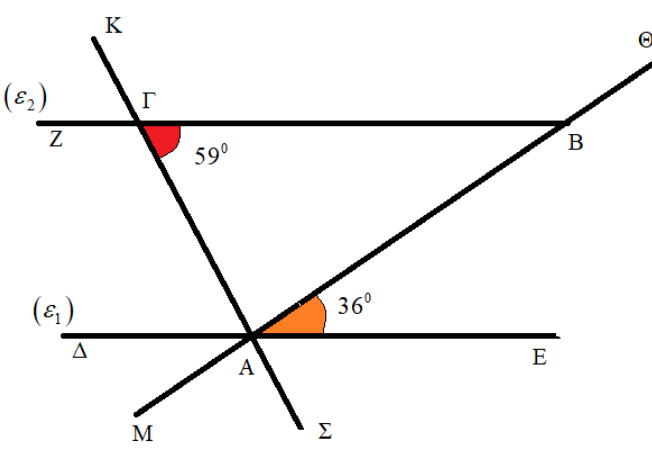
Δυο εντός εκτός και
επί τα αυτά μέρη
γωνίες είναι ίσες
μεταξύ τους.

Δυο εντός και επί
τα αυτά μέρη
γωνίες είναι
παραπληρωματικές
(έχουν άθροισμα
 180° ή 2 ορθές).

Το άθροισμα των
γωνιών τριγώνου
είναι
 180° ή 2 ορθές



Τα μέτρα των
γωνιών που
είναι
ζητούμενες
φαίνονται και
στο διπλανό
σχήμα.

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>10) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνεται η γωνία $\hat{A}\Gamma B = 59^\circ$ και η γωνία $\hat{B}\hat{A}E = 36^\circ$ που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 10 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>B) Υπάρχουν στο σχήμα ισοσκελή τρίγωνα; Γιατί; * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: A.1) Είναι $\hat{K}\hat{\Gamma}Z = \hat{A}\hat{\Gamma}B = 59^\circ$ σαν κατακορυφήν</p> <p>A.2) Είναι $\hat{K}\hat{\Gamma}B = 180 - \hat{A}\hat{\Gamma}B = 180 - 59^\circ = 121^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.</p> <p>A.3) Είναι $\hat{Z}\hat{\Gamma}A = \hat{K}\hat{\Gamma}B = 121^\circ$ σαν κατακορυφήν</p> <p>A.4) Είναι $\hat{\Gamma}\hat{A}\Delta = \hat{A}\hat{\Gamma}B = 59^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$</p> <p>A.5) Είναι $\hat{\Sigma}\hat{A}E = \hat{\Gamma}\hat{A}\Delta = 59^\circ$ σαν κατακορυφήν</p>		<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p>

A.6) Είναι $\hat{\Delta\hat{A}M} = \hat{B\hat{A}E} = 36^\circ$ σαν κατακορυφήν

A.7) Είναι $\hat{A\hat{B}\Gamma} = \hat{B\hat{A}E} = 36^\circ$ εντός εναλλάξ των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$

A.8) Είναι $\hat{\Gamma\hat{B}\Theta} = 180 - \hat{A\hat{B}\Gamma} = 180 - 36^\circ = 144^\circ$ εφεξής παραπληρωματικές.

A.9) Το άθροισμα των δυο γωνιών του τριγώνου $\hat{A\hat{B}\Gamma}$ είναι:

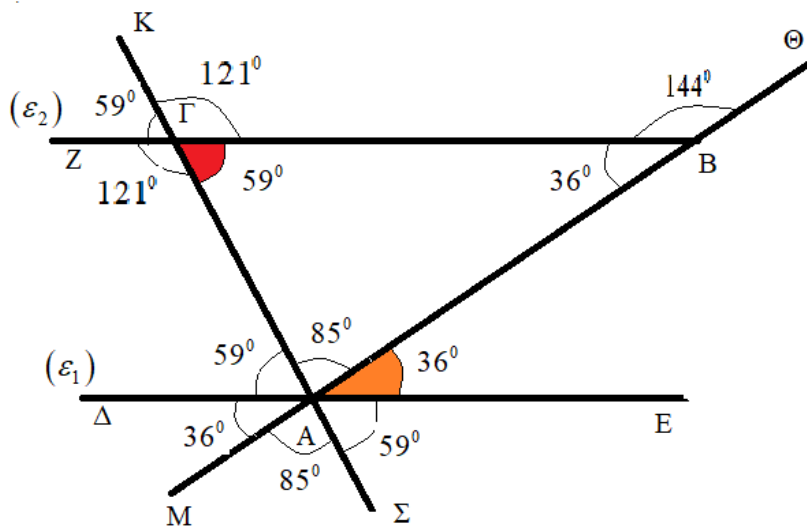
$$\begin{array}{r} 59 \\ + 36 \\ \hline 95^\circ \end{array} \quad \text{Η τρίτη γωνία του } \hat{A\hat{B}\Gamma} \text{ είναι: } \frac{180}{85^\circ} \quad \cdot \quad \text{Έτσι } \hat{B\hat{A}\Gamma} = 85^\circ$$

A.10) Είναι $\hat{M\hat{A}\Sigma} = \hat{B\hat{A}\Gamma} = 85^\circ$ σαν κατακορυφήν

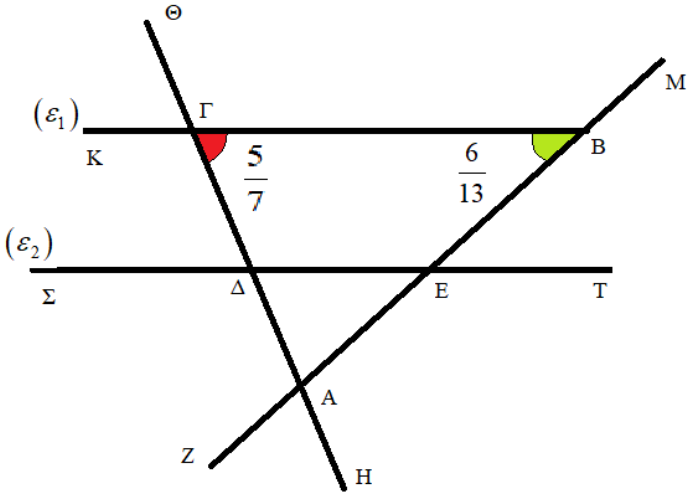
Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180° ή 2 ορθές



Τα μέτρα των γωνιών που είναι ζητούμενες φαίνονται και στο διπλανό σχήμα.

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>11) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$).</p> <p>Στο σχήμα αυτό δίνεται η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \frac{6}{13}$ ορθής και η γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = \frac{5}{7}$ ορθής που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι άλλες 16 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>B) Υπάρχουν στο σχήμα ισοσκελή τρίγωνα; Γιατί;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: A.1) Είναι $\hat{\Theta}\hat{\Gamma}\hat{K} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = \frac{5}{7}$ ορθής σαν κατακορυφήν</p> <p>A.2) Είναι $\hat{\Theta}\hat{\Gamma}\hat{B} = 2 - \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 2 - \frac{5}{7} = \frac{9}{7}$ ορθής εφεξής παραπληρωματικές.</p>		

A.3) Είναι $\hat{\kappa\Gamma\Delta} = \hat{\Theta\Gamma B} = \frac{9}{7}$ ορθής σαν κατακορυφήν

A.4) Είναι $\hat{\Gamma\Delta\Sigma} = \hat{\Delta\Gamma B} = \frac{5}{7}$ ορθής εντός εναλλάξ, των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$.

A.5) Είναι $\hat{\Lambda\Delta E} = \hat{\Gamma\Delta\Sigma} = \frac{5}{7}$ ορθής σαν κατακορυφήν .

A.6) Είναι $\hat{\Gamma\Delta E} = 2 - \hat{\Gamma\Delta\Sigma} = 2 - \frac{5}{7} = \frac{9}{7}$ ορθής εφεξής
 παραπληρωματικές.

A.7) Είναι $\hat{\Sigma\Delta A} = \hat{\Gamma\Delta E} = \frac{9}{7}$ ορθής σαν κατακορυφήν

A.8) Είναι $\hat{\Gamma B M} = 2 - \hat{\Gamma B E} = 2 - \frac{6}{13} = \frac{20}{13}$ ορθής, εφεξής
 παραπληρωματικές.

A.9) Είναι $\hat{B\hat{E}T} = \hat{\Gamma B E} = \frac{6}{13}$ ορθής, εντός εναλλάξ, των $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$.

A.10) Είναι $\hat{\Delta E A} = \hat{B\hat{E}T} = \frac{6}{13}$ ορθής σαν κατακορυφήν.

A.11) Είναι $\hat{B\hat{E}A} = 2 - \hat{B\hat{E}T} = 2 - \frac{6}{13} = \frac{20}{13}$ ορθής, εφεξής
 παραπληρωματικές.

A.12) Είναι $\hat{A\hat{E}T} = \hat{B\hat{E}A} = \frac{20}{13}$ ορθής σαν κατακορυφήν .

A.13) Το άθροισμα των δυο γωνιών του τριγώνου $\hat{A B \Gamma}$ είναι:

$$\frac{5}{7} + \frac{6}{13} = \frac{65 + 42}{91} = \frac{107}{91} \text{ ορθής}$$

Η τρίτη γωνία του $\hat{A B \Gamma}$ είναι: $2 - \frac{107}{91} = \frac{182 - 107}{91} = \frac{75}{91}$ ορθής

$$\text{Έτσι } \hat{B\hat{A}\hat{\Gamma}} = \frac{75}{91} \text{ ορθής .}$$

A.14) Είναι $\hat{Z\hat{A}H} = \hat{B\hat{A}\hat{\Gamma}} = \frac{75}{91}$ ορθής σαν κατακορυφήν.

A.15) Είναι $\hat{\Delta\hat{A}Z} = 2 - \hat{B\hat{A}\hat{\Gamma}} = 2 - \frac{75}{91} = \frac{107}{91}$ ορθής, εφεξής
 παραπληρωματικές.

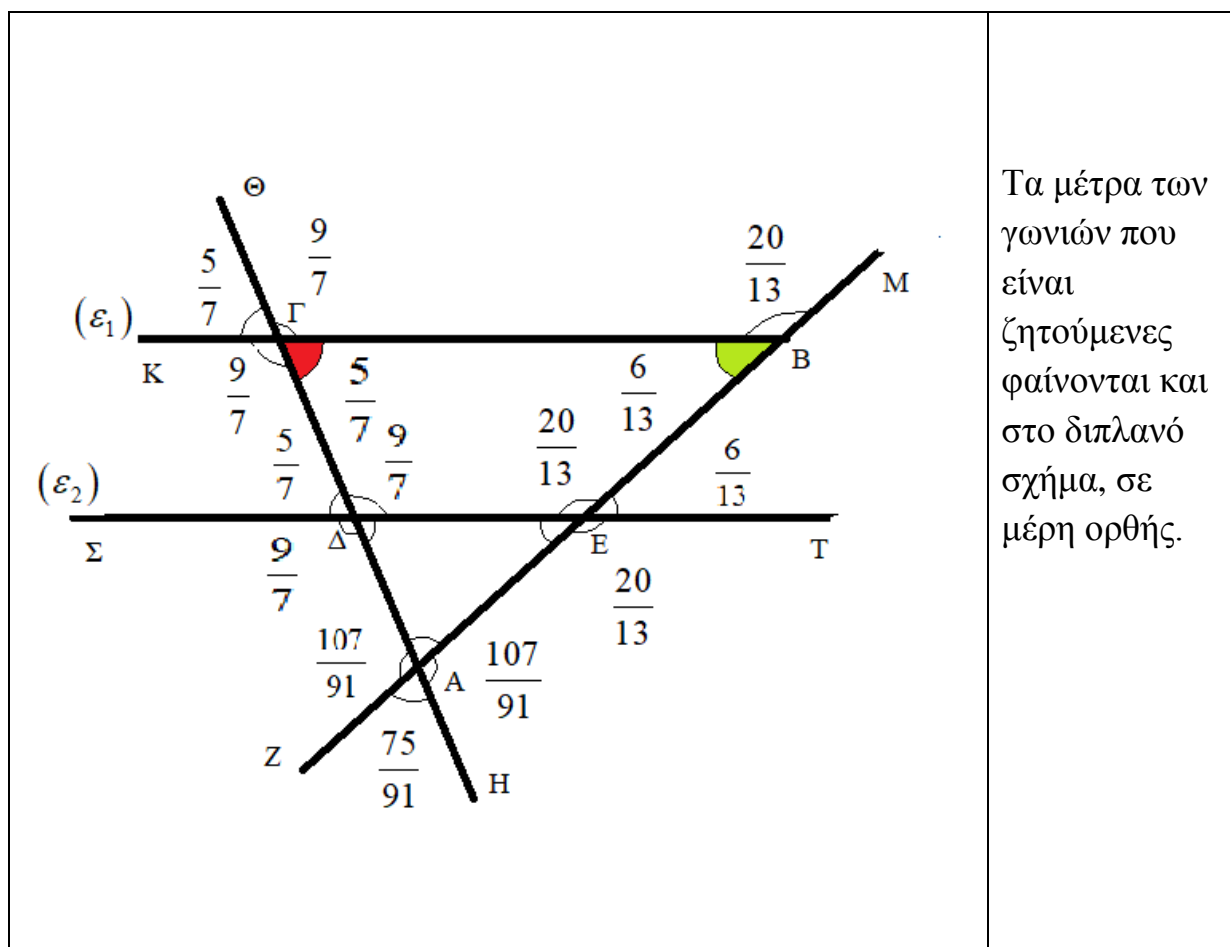
A.16) Είναι $\hat{E\hat{A}H} = \hat{\Delta\hat{A}Z} = \frac{107}{91}$ ορθής σαν κατακορυφήν .

Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

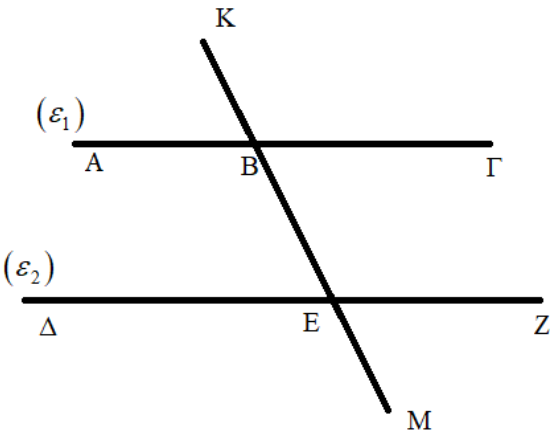
Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

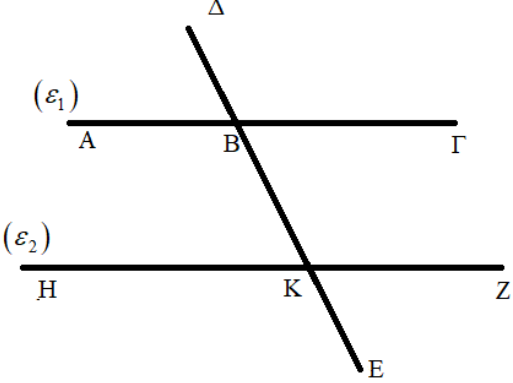
Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180^0 ή 2 ορθές).

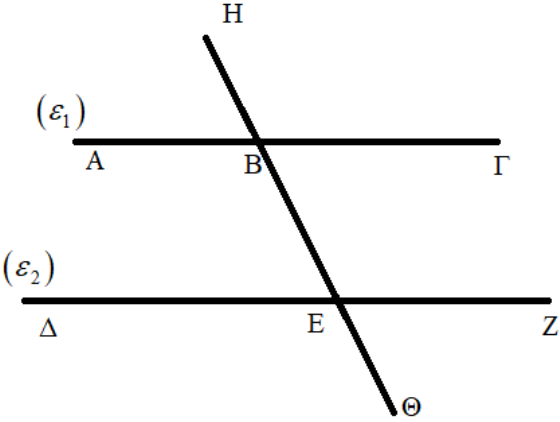
Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180^0 ή 2 ορθές.

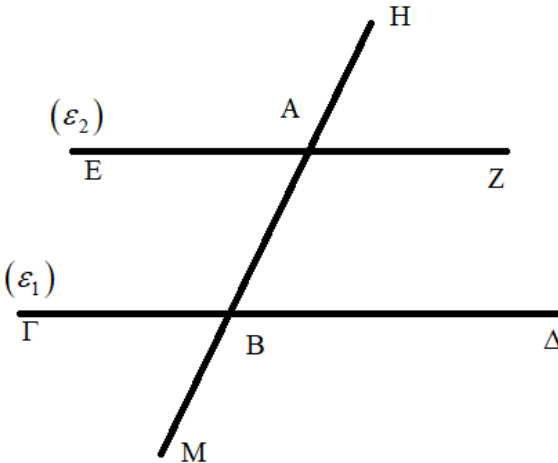


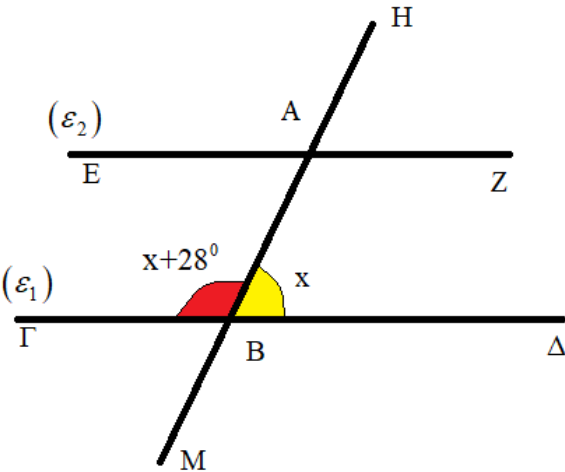
Τα μέτρα των
γωνιών που
είναι
ζητούμενες
φαίνονται και
στο διπλανό
σχήμα, σε
μέρη ορθής.

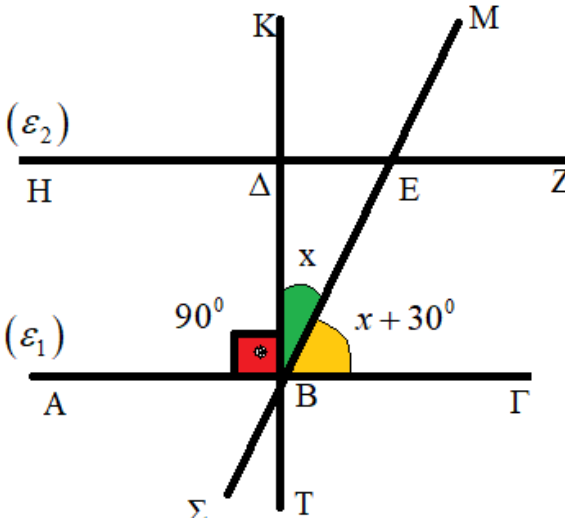
ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>12) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$). Στο σχήμα αυτό μια γωνία είναι 68°. Να υπολογιστούν οι 8 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>Οι οξείες γωνίες είναι 68° η κάθε μια και οι αμβλείες γωνίες είναι 112° η κάθε μια.</p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>13) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$). Στο σχήμα αυτό μια γωνία είναι $\frac{5}{7}$ ορθής. Να υπολογιστούν οι 8 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>Οι οξείες γωνίες είναι $\frac{5}{7}$ ορθής η κάθε μια και οι αμβλείες γωνίες είναι $\frac{9}{7}$ ορθής η κάθε μια.</p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>14) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Στο σχήμα αυτό μια γωνία είναι 134°. Να υπολογιστούν οι 8 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>Οι οξείες γωνίες είναι 46° η κάθε μια και οι αμβλείες γωνίες είναι 134° η κάθε μια.</p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>15) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Στο σχήμα αυτό μια γωνία είναι $\frac{17}{13}$ ορθής. Να υπολογιστούν οι 8 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>Οι οξείες γωνίες είναι $\frac{9}{13}$ ορθής η κάθε μια και οι αμβλείες γωνίες είναι $\frac{17}{13}$ ορθής η κάθε μια.</p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>16) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Στο σχήμα αυτό μια γωνία είναι 28° μεγαλύτερη από μια άλλη .</p> <p>Να υπολογιστούν οι 8 γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>$x = 76^\circ$</p> <p>104°</p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>17) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Στο σχήμα αυτό η ευθεία ΚΤ είναι κάθετη στις παράλληλες .</p> <p>Αν η γωνία $\hat{E}\hat{B}\hat{\Gamma}$ είναι 30° μεγαλύτερη από την γωνία $\hat{E}\hat{B}\hat{\Delta}$, να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>90°</p> <p>$x = 30^\circ$</p> <p>60°</p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>18) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{\Gamma\Lambda B}$ είναι ορθή και η γωνία $\hat{\Gamma\Lambda E}$ είναι πενταπλάσια της γωνίας $\hat{B\Lambda Z}$, να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p> 90° $x = 15^\circ$ 75° 105° </p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>19) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η ΚΗ είναι κάθετη στις παράλληλες και η γωνία $\hat{Z\Lambda B}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{B\Lambda H}$ και η γωνία $\hat{\Gamma\Lambda\Theta}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma\Lambda H}$, Α) να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. Β) Τι είδος τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\hat{A\Lambda\Gamma}$; * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p> Α) 90° $x = \omega = 30^\circ$ 60° Β) Ισόπλευρο </p>

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>20) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{A}B\Delta = 126^\circ$ και η γωνία $\hat{A}\Gamma B = 36^\circ$..</p> <p>A) να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>B) Τι είδος τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο</p>

<p>ΑΣΚΗΣΗ 20)</p>	<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</p>	
-------------------	-------------------	--

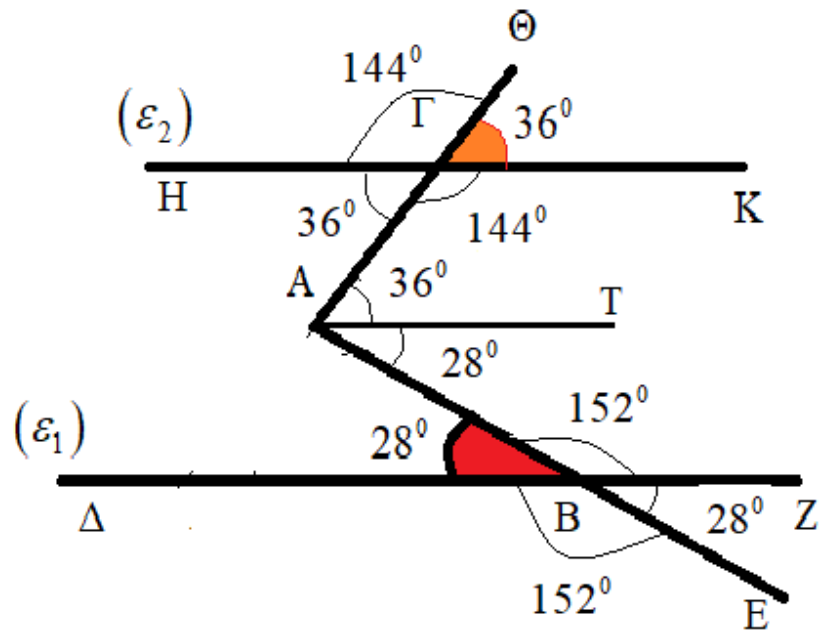
ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>21) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{A}B\Delta = 28^\circ$ και η γωνία $\hat{\Theta}GK = 36^\circ$.. Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. ; * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 21)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Προεκτείνω την ευθεία ΘΑ.</p>	

ΑΣΚΗΣΗ 21)

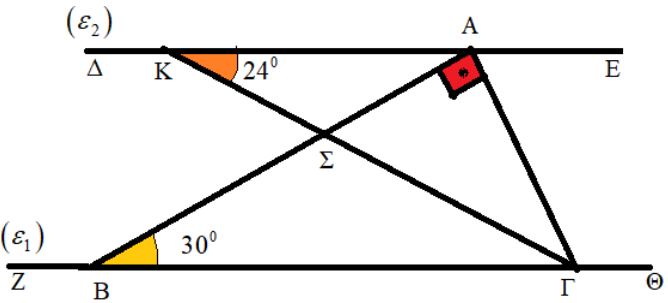
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ Δεύτερος τρόπος

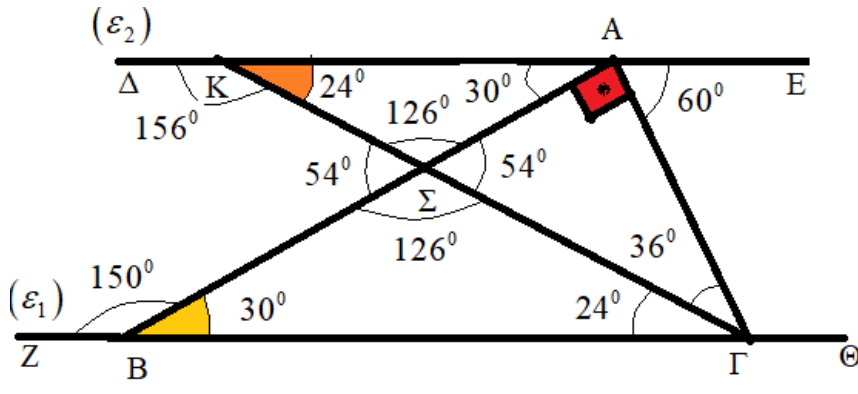
Φέρω την ΑΓ
παράλληλη με
τις: ευθείες (ε_1)
και (ε_2) που είναι
παράλληλες
(δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$)

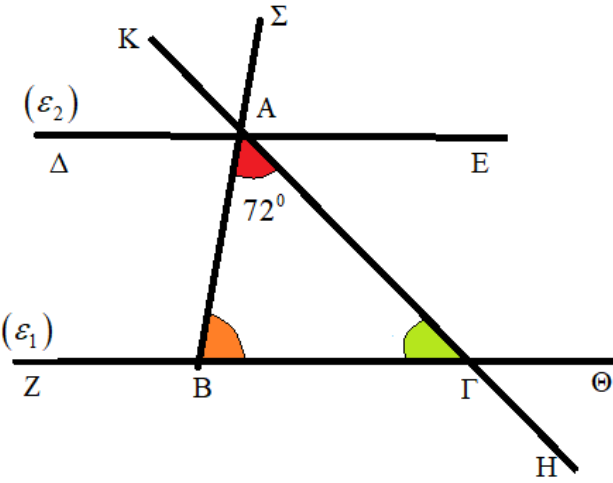


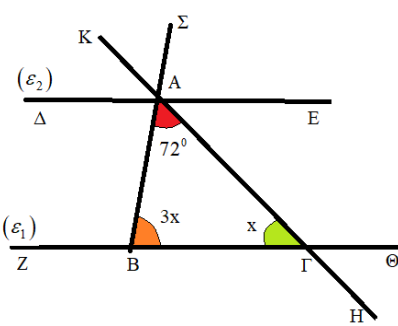
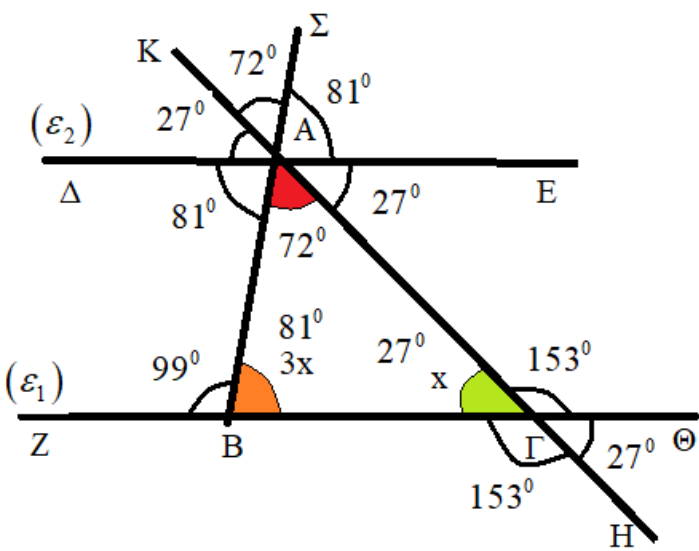
ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>22) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\widehat{KBZ} = 60^\circ$ και η γωνία $\widehat{\Sigma\epsilon\Theta} = 150^\circ$ και $\Sigma A = \Sigma \Delta$.</p> <p>A) να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>B) Τι είδος τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\triangle \Sigma \Delta A$;</p> <p>Γ) Τι είδος τρίγωνο είναι το τρίγωνο $\triangle \Sigma \Delta \epsilon$;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		<p>Το τρίγωνο $\triangle \Sigma \Delta A$ είναι ισόπλευρο.</p> <p>Το τρίγωνο $\triangle \Sigma \Delta \epsilon$ είναι ισοσκελές.</p>

ΑΣΚΗΣΗ 22)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>23) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$).</p> <p>Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\widehat{B\hat{A}G} = 90^\circ$ και η γωνία $\widehat{A\hat{B}G} = 30^\circ$ και η γωνία $\widehat{A\hat{K}G} = 24^\circ$.</p> <p>Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 23)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
	

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>24) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{BAG} = 72^\circ$ και η γωνία \hat{ABG} είναι τριπλάσια από τη γωνία \hat{AGB}., να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 24)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
	

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>25) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 39^\circ$ και η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 63^\circ$. Η $\Gamma\Delta$ διχοτομεί τη γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$.</p> <p>A) Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα. B) Ναδειχτεί ότι $\Gamma\Delta = \Delta A$.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 25)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Στο τρίγωνο $\Delta\hat{A}\hat{\Gamma}$ δυο γωνίες του είναι ίσες μεταξύ τους, άρα είναι ισοσκελές, άρα $\Gamma\Delta = \Delta A$.</p>	

ΑΣΚΗΣΗ	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>26) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{MKB} = 36^\circ$ και η γωνία $\hat{KSA} = 28^\circ$. Η KM είναι κάθετη στην ευθεία (ε_1).</p> <p>Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 26)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 27)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>27) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1), (ε_2) και (ε_3) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2) \parallel (\varepsilon_3)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{A}B\Gamma = 54^\circ$ και η γωνία $\hat{N}\Delta A = 117^\circ$. Α) Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα.. Β) Υπάρχουν στο σχήμα ισοσκελή τρίγωνα; * Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

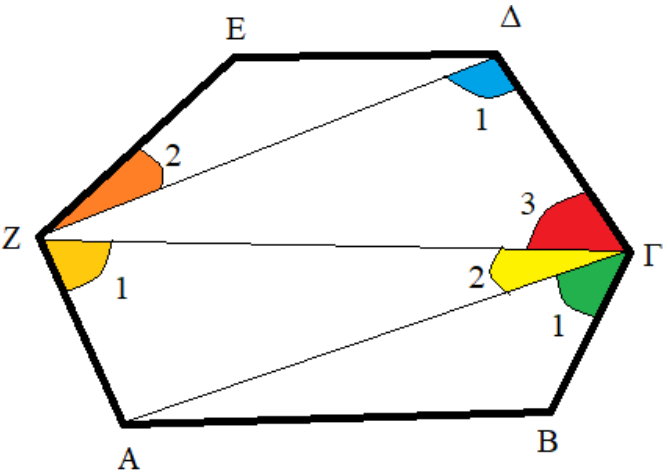
ΑΣΚΗΣΗ 27)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ	
<p>Υπάρχουν δυο ισοσκελή τρίγωνα τα: $\Delta A\Gamma$ ($BA=B\Gamma$) και το $\Delta A E$ ($E\Delta=EA$)</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 28)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>28) Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1), (ε_2) και (ε_3) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2) \parallel (\varepsilon_3)$). Αν στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{A}B\Gamma = x - 6$ σε μοίρες και η γωνία $\hat{A}\tilde{E}\tilde{\Pi} = 2x + 12$ σε μοίρες, και η γωνία $\hat{N}\tilde{\Lambda}A = 3x - 56$ σε μοίρες.</p> <p>A) Να βρεθεί ο x.</p> <p>B) Για $x = 58^\circ$ να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα..</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 28)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Είναι : Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).</p> <p>A)</p> $x - 6 + 2x + 12 = 180$ $\Leftrightarrow 3x + 6 = 180 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3x = 180 - 6 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3x = 174 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = \frac{174}{3} \Leftrightarrow x = 58$	

ΑΣΚΗΣΗ 29)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>29) Στο πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ, οι πλευρές ΑΕ//ΒΓ (είναι παράλληλες). Η ΓΔ είναι παράλληλη με τη διαγώνια ΒΕ (ΓΔ//ΒΕ). Οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα είναι: $\hat{AEB} = 67^\circ$ και $\hat{ABE} = 29^\circ$ και $\hat{BEG} = 43^\circ$ και $\hat{GED} = 35^\circ$.</p> <p>Να υπολογιστούν οι άλλες πέντε γωνίες που φαίνονται στο σχήμα..</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

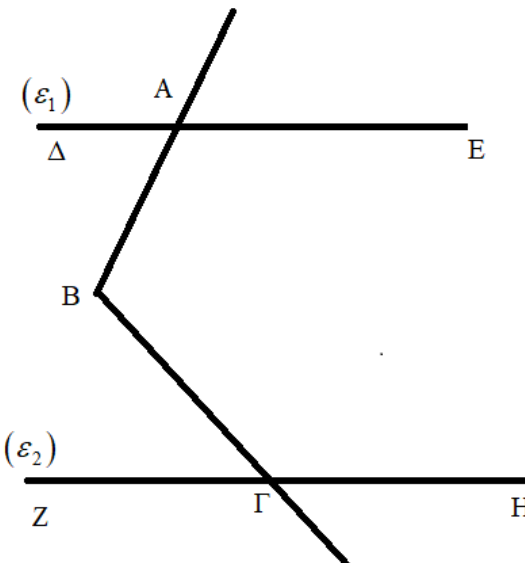
ΑΣΚΗΣΗ 29)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Δυο εντός και εναλλάξ γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.</p> <p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).</p> <p>Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180° ή 2 ορθές</p>	

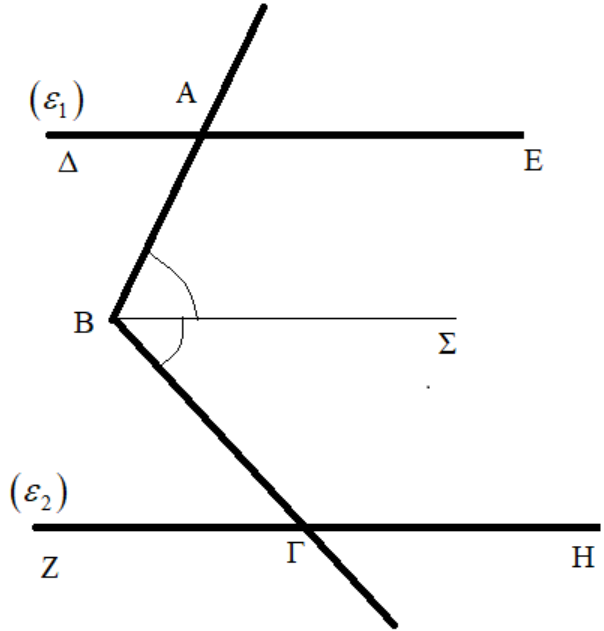
ΑΣΚΗΣΗ 30)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>30) Στο εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ, οι πλευρές ΑΒ//ΖΓ//ΕΔ (είναι παράλληλες). Οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα είναι:</p> <p>$\hat{\Gamma}_1 = \frac{3}{7}$ ορθής και</p> <p>$\hat{\Gamma}_2 = \frac{2}{7}$ ορθής και</p> <p>$\hat{\Gamma}_3 = \frac{1}{2}$ ορθής και</p> <p>$\hat{Z}_1 = \frac{5}{7}$ ορθής και</p> <p>$\hat{\Delta}_1 = \frac{7}{6}$ ορθής και</p> <p>$\hat{Z}_2 = \frac{3}{5}$ ορθής .</p> <p>Να υπολογιστούν οι άλλες έξι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα..</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 30)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ	
$\hat{A}_1 = \frac{2}{7}$ ορθής και $\hat{B} = \frac{9}{7}$ ορθής και $\hat{A}_2 = 1$ ορθή και $\hat{Z}_3 = \frac{1}{3}$ ορθής και $\hat{\Delta}_2 = \frac{1}{3}$ ορθής και $\hat{E} = \frac{16}{15}$ ορθής .		

ΑΣΚΗΣΗ 31)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>31) Στο δίπλα σχήμα είναι η γωνία: $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 90^\circ$ και $\hat{B}\hat{A}\hat{E} = 115^\circ$ και $\hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Theta} = 155^\circ$. Να δειχτεί ότι οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$)</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 31)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Σχηματίζουμε τη γωνία $\hat{\Gamma}\hat{B}\hat{\Sigma} = 25^\circ$, άρα $BE \parallel (\varepsilon_1)$ γιατί δυο εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες (οι γωνίες των 25°).</p> <p>Δίνεται $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 90^\circ$ άρα $\hat{A}\hat{B}\hat{\Sigma} = 65^\circ$</p> <p>Έτσι $\hat{A}\hat{B}\hat{\Sigma} + \hat{B}\hat{A}\hat{E} = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$ άρα $BE \parallel (\varepsilon_2)$ γιατί δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες έχουν άθροισμα 180° άρα, οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$).</p>	

ΑΣΚΗΣΗ 32)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$).</p> <p>Να δειχτεί:</p> $\hat{EAB} + \hat{ABG} + \hat{BGH} = 360^\circ$		

ΑΣΚΗΣΗ 32)	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Φέρουμε $B\Sigma \parallel (\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$ και:</p> $\begin{aligned} \hat{EAB} + \hat{ABG} + \hat{BGH} &= \\ &= \underbrace{\hat{EAB} + \hat{AB\Sigma}}_{180^\circ} + \underbrace{\hat{\Sigma B\Gamma} + \hat{B\Gamma H}}_{180^\circ} = \\ &= 360^\circ \end{aligned}$ <p>Δυο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές (έχουν άθροισμα 180° ή 2 ορθές).</p>	

ΑΣΚΗΣΗ 33)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Στο δίπλα σχήμα οι ευθείες (ε_1), (ε_2) και (ε_3) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2) // (\varepsilon_3)$). Αν στο σχήμα αυτό η μη κυρτή γωνία $\widehat{B\Gamma\Delta} = 246^\circ$ (σε μοίρες) και η γωνία $\widehat{BAE} = \frac{2}{5}$ ορθής.</p> <p>Α) Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα..</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση..</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 34)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Στο σχήμα αυτό η γωνία $\widehat{AB\Delta} = 90^\circ$ και η γωνία $\widehat{A\Gamma Z} = 90^\circ$ και η γωνία $\widehat{A\Delta B} = 55^\circ$ και $\widehat{A\epsilon Z} = 100^\circ$ και $A\Delta = \Delta E = A\epsilon = \epsilon Z$ και $\Gamma A = \Gamma Z$.</p> <p>Α) Να υπολογιστούν οι γωνίες που φαίνονται στο σχήμα..</p> <p>Β) Ναδειχτεί ότι τα σημεία B, A, Γ είναι σηνευθιακά (βρίσκονται στην ίδια ευθεία).</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση..</p>		

ΑΣΚΗΣΗ 35)	ΣΧΗΜΑ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
<p>Στο σχήμα αυτό η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Sigma} = 63^\circ$ και η μη κυρτή γωνία $\hat{B}\hat{\Delta}\hat{E} = 243^\circ$ και η γωνία $\hat{\Theta}\hat{E}\hat{Z} = 129^\circ$ και $\hat{H}\hat{\Theta}\hat{M} = 51^\circ$.</p> <p>Ναδειχτεί ότι : οι ευθείες (ε_1), (ε_2) και (ε_3) είναι παράλληλες (δηλαδή $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2) \parallel (\varepsilon_3)$).</p>		