

ΙΔΙΩΤΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΔΟΥΡΑΧΑΝΗΣ

Τηλ. 26510 52247 ΔΟΥΡΑΧΑΝΗ ΙΩΑΝΝΙΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

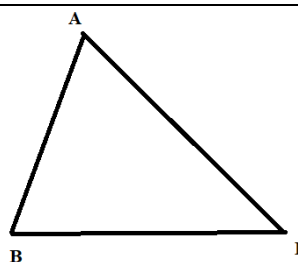
ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180^0 ή 2 ορθές.

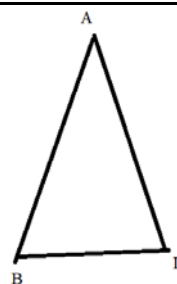
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^0$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 2 \text{ ορθές}$$

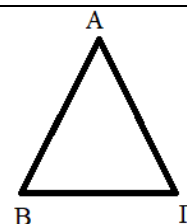


Στο ισοσκελές τρίγωνο οι γωνίες της βάσης του είναι ίσες μεταξύ τους.

$$AB = A\Gamma \Leftrightarrow \hat{B} = \hat{\Gamma}$$

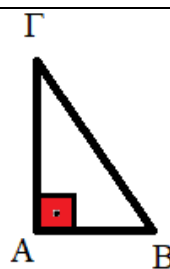


Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο κάθε γωνία του είναι 60^0



Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του, που είναι οξείες, είναι: 90^0 ή 1 ορθή.

$$\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^0 \quad \hat{B} + \hat{\Gamma} = 1 \text{ ορθή}$$



<p>1) Σε ένα τρίγωνο μια γωνία του είναι 67° και μια άλλη 56°. Πόσο είναι η τρίτη γωνία; Γιατί;</p>	<p><u>Απάντηση</u></p> <p>Οι δυο γωνίες έχουν άθροισμα</p> $\begin{array}{r} 67 \\ +56 \\ \hline 123^{\circ} \end{array}$	<p>Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 180° άρα η τρίτη γωνία του τριγώνου θα είναι:</p> $\begin{array}{r} 180 \\ -123 \\ \hline 57^{\circ} \end{array}$
---	---	--

<p>2) Σε ένα τρίγωνο μια γωνία του είναι 58° και μια άλλη 61°. Πόσο είναι η τρίτη γωνία; Γιατί; Τι είδους τρίγωνο είναι αυτό; Γιατί;</p>	<p><u>Απάντηση</u></p> <p>Οι δυο γωνίες έχουν άθροισμα:</p> $\begin{array}{r} 58^{\circ} \\ + 61^{\circ} \\ \hline 119^{\circ} \end{array}$	<p>Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 180° άρα η τρίτη γωνία του τριγώνου θα είναι:</p> $\begin{array}{r} 180^{\circ} \\ - 119^{\circ} \\ \hline 61^{\circ} \end{array}$ <p>Άρα στο τρίγωνο αυτό δυο γωνίες του είναι ίσες μεταξύ τους. Άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.</p>
--	---	--

<p>3) Σε ένα τρίγωνο μια γωνία του είναι $\frac{3}{7}$ ορθής και μια άλλη $\frac{5}{7}$ ορθής. Πόσο είναι η τρίτη γωνία; Γιατί;</p>	<p><u>Απάντηση</u></p> <p>Οι δυο γωνίες έχουν άθροισμα</p> $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{8}{7} \text{ ορθής.}$	<p>Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 2 ορθές, άρα η τρίτη γωνία του τριγώνου θα είναι:</p> $2 - \frac{8}{7} = \frac{14}{7} - \frac{8}{7} = \frac{6}{7}$ <p>ορθής</p>
---	---	--

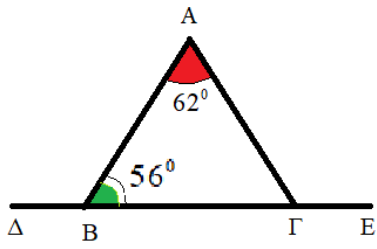
<p>4) Σε ένα τρίγωνο μια γωνία του είναι $\frac{3}{4}$ ορθής και μια άλλη $\frac{5}{6}$ ορθής . Πόσο είναι η τρίτη γωνία; Γιατί;</p>	<p><u>Απάντηση</u> Οι δυο γωνίες έχουν άθροισμα $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$ ορθής</p>	<p>Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 2 ορθές, άρα η τρίτη γωνία του τριγώνου θα είναι: $2 - \frac{19}{12} = \frac{24}{12} - \frac{19}{12} = \frac{5}{12}$ ορθής.</p>
--	---	---

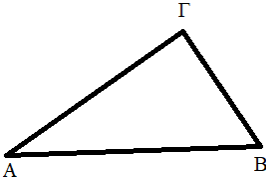
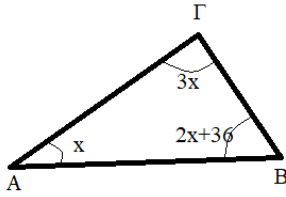
<p>5) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο μια από τις οξείες γωνίες του είναι 63° . Πόσο είναι η άλλη οξεία γωνία του; Γιατί;</p>	<p>Απάντηση: Στο ορθογώνιο τρίγωνο οι δυο οξείες γωνίες του έχουν άθροισμα 90° .</p>	<p>Έτσι η άλλη οξεία γωνία του είναι: 90° $- 63^{\circ}$ <hr/>27°</p>
--	--	--

<p>6) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο μια από τις οξείες γωνίες του είναι $\frac{5}{9}$ ορθής . Πόσο είναι η άλλη οξεία γωνία του; Γιατί;</p>	<p>Απάντηση: Στο ορθογώνιο τρίγωνο οι δυο οξείες γωνίες του έχουν άθροισμα 1 ορθή γωνία.</p>	<p>Έτσι η άλλη οξεία γωνία του είναι: $1 - \frac{5}{9} = \frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ ορθής.</p>
---	--	---

7)

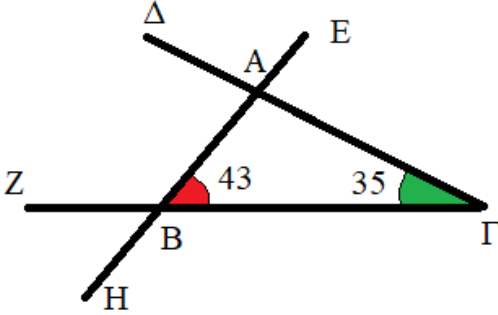
ΣΕΛΙΔΑ 4

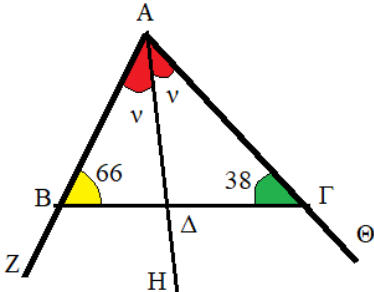
ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>7) Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 62^\circ$ και $\hat{B} = 56^\circ$:</p> <p>Α) Να βρεθεί η τρίτη γωνία του τριγώνου ΑΒΓ.</p> <p>Β) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ; Γιατί:</p> <p>Γ) Να υπολογισθούν οι εξωτερικές γωνίες $\hat{A}\hat{B}\Delta$ και $\hat{A}\hat{G}\text{E}$.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	<p>Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180° .</p>
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</p> <p>Α) Το άθροισμα των δυο γωνιών τριγώνου είναι:</p> $\begin{array}{r} 62 \\ + 56 \\ \hline 118^\circ \end{array}$ <p>Η τρίτη γωνία του ΑΒΓ είναι: $\frac{180 - 118}{62^\circ}$</p> <p>Β) Άρα $\hat{A} = \hat{G}$ και έτσι ΒΑ=ΒΓ. Άρα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.</p> <p>Γ) Είναι $\hat{A}\hat{B}\Delta = 180 - 56 = 124^\circ$ και $\hat{A}\hat{G}\text{E} = 180 - 62 = 118^\circ$.</p>		<p>Όταν οι όχι κοινές πλευρές δυο εφεξής γωνιών είναι στην ίδια ευθεία, τότε οι γωνίες είναι παραπληρωματικές.</p>

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>8) Σε τρίγωνο ABΓ το μέτρο της γωνίας B είναι 36° μεγαλύτερο από το διπλάσιο του μέτρου της γωνίας A. Το μέτρο της γωνίας Γ είναι τριπλάσιο από το μέτρο της γωνίας A. Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών του τριγώνου.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	<p>Διαβάζουμε με προσοχή την άσκηση.</p> <p>Προσέχουμε ότι τα μέτρα των γωνιών έχουν σχέση, με το μέτρο της γωνίας A.</p> <p>Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180°.</p>
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</p> <p>Αν το μέτρο της γωνίας A είναι x (σε μοίρες), τότε το μέτρο της γωνίας B θα είναι $2x+36$ και το μέτρο της γωνίας Γ θα είναι $3x$.</p> <p>Αλλά το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180°. άρα</p> $x + 2x + 36 + 3x = 180 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 6x = 144 \Leftrightarrow x = 24$		
<p>Άρα $\hat{A} = 24^{\circ}$ και $\hat{B} = 84^{\circ}$ και $\hat{\Gamma} = 72^{\circ}$.</p>		

9)

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>9) Σε τρίγωνο ΑΒΓ το μέτρο της γωνίας Α είναι 60 μοίρες μικρότερο από το διπλάσιο του μέτρου της γωνίας Β και το μέτρο της γωνίας Γ, 120 μοίρες μικρότερο από το τριπλάσιο του μέτρου της γωνίας Β. Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ.</p> <p>Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ; Γιατί;</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	<p>Διαβάζουμε με προσοχή την άσκηση.</p> <p>Προσέχουμε ότι τα μέτρα των γωνιών έχουν σχέση, με το μέτρο της γωνίας Β.</p>
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</p> <p>Αν x το μέτρο της γωνίας Β τότε το μέτρο της γωνίας Α θα είναι $2x - 60$ και το μέτρο της γωνίας Γ θα είναι $3x - 120$</p> <p>Άρα είναι:</p> $x + 2x - 60 + 3x - 120 = 180 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x + 2x + 3x = 180 + 60 + 120 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 6x = 360 \Leftrightarrow x = 60$ <p style="text-align: right;">και έτσι $\hat{B} = 60^\circ$.</p>		<p>Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180°.</p>
<p>Άρα $\hat{B} = 60^\circ$ και $\hat{A} = 2x - 60 = 2 \cdot 60 - 60 = 60^\circ$ και</p> $\hat{\Gamma} = 3x - 120 = 3 \cdot 60 - 120 = 60^\circ$ <p>και το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο.</p>		

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>10) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\hat{B} = 43^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 35^\circ$.</p> <p>Α) Να βρεθεί η τρίτη γωνία του τριγώνου ΑΒΓ.</p> <p>Β) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ; Γιατί;</p> <p>Γ) Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών:</p> <p>$\hat{\Delta\Delta\epsilon}$, $\hat{\epsilon\alpha\Gamma}$, $\hat{\Delta\Lambda\beta}$, $\hat{z\beta\eta}$, $\hat{z\beta\alpha}$, $\hat{\eta\beta\Gamma}$</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	<p>Όταν δυο εφεξής γωνίες έχουν τις όχι κοινές πλευρές τους σε ευθεία, οι γωνίες είναι παραπληρωματικές.</p> <p>Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες (μεταξύ τους).</p>
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</p> <p>Α) Το άθροισμα των δυο γωνιών τριγώνου είναι:</p> $\begin{array}{r} 43 \\ + 35 \\ \hline 78^\circ \end{array}$ <p>Η τρίτη γωνία του ΑΒΓ είναι: $\frac{180}{102^\circ}$</p> <p>Β) Άρα $\hat{B\Lambda\Gamma} = 102^\circ$ και έτσι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.</p> <p>Γ.1) $\hat{\Delta\Lambda\epsilon} = \hat{B\Lambda\Gamma} = 102^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>Γ.2) $\hat{\epsilon\alpha\Gamma} = 180 - \hat{B\Lambda\Gamma} = 180 - 102 = 78^\circ$</p> <p style="text-align: center;">εφεξής παραπληρωματική της $\hat{B\Lambda\Gamma}$.</p> <p>Γ.3) $\hat{\Delta\Lambda\beta} = \hat{\epsilon\alpha\Gamma} = 78^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>Γ.4) $\hat{z\beta\eta} = \hat{A\beta\Gamma} = 43^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p> <p>Γ.5) $\hat{z\beta\alpha} = 180 - \hat{A\beta\Gamma} = 180 - 43 = 137^\circ$.</p> <p style="text-align: center;">εφεξής παραπληρωματική της $\hat{A\beta\Gamma}$.</p> <p>Γ.6) $\hat{\eta\beta\Gamma} = \hat{z\beta\alpha} = 137^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p>		<p>Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180° .</p>

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>11) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\hat{B} = 66^\circ$ και $\hat{G} = 38^\circ$.</p> <p>Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας ΒΑΓ, την ΑΔ.</p> <p>Α) Να βρεθεί η τρίτη γωνία του τριγώνου ΑΒΓ.</p> <p>Β) Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών:</p> <p>Β.1) $\hat{B\hat{A}\Delta} = \nu = \hat{\Delta\hat{A}\Gamma}$ Β.2) $\hat{Z\hat{B}\Delta}$, Β.3) $\hat{A\hat{\Delta}B}$, Β.4) $\hat{A\hat{\Delta}\Gamma}$, Β.5) $\hat{B\hat{\Delta}H}$, Β.6) $\hat{H\hat{\Delta}\Gamma}$, Β.7) $\hat{\Delta\hat{\Gamma}\Theta}$.</p> <p>Γ) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΔΑΓ. Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	<p>Όταν δυο εφεξής γωνίες έχουν τις όχι κοινές πλευρές τους σε ευθεία, οι γωνίες είναι παραπληρωματικές.</p> <p>5. Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες (μεταξύ τους).</p>
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:</p> <p>Α) Το άθροισμα των δυο γωνιών τριγώνου ΑΒΓ είναι:</p> $\begin{array}{r} 66 \\ + 38 \\ \hline 104^\circ \end{array}$ <p>Η τρίτη γωνία του ΑΒΓ είναι: $\frac{180 - 104}{2} = 38^\circ$</p> <p>Β.1) $\hat{B\hat{A}\Delta} = \nu = \hat{\Delta\hat{A}\Gamma} = \frac{76}{2} = 38^\circ$</p> <p>Β.2) $\hat{Z\hat{B}\Delta} = 180 - \hat{A\hat{B}\Gamma} = 180 - 66 = 114^\circ$</p> <p>εφεξής παραπληρωματική της $\hat{A\hat{B}\Gamma}$.</p> <p>Β.3) Το άθροισμα των δυο γωνιών του τριγώνου ΑΒΔ είναι:</p> $\begin{array}{r} 66 \\ + 38 \\ \hline 104^\circ \end{array}$ <p>Η τρίτη γωνία του ΑΒΔ είναι: $\frac{180 - 104}{2} = 38^\circ$</p> <p>Β.4) $\hat{A\hat{\Delta}\Gamma} = 180 - \hat{A\hat{\Delta}B} = 180 - 76 = 104^\circ$</p> <p>εφεξής παραπληρωματική της $\hat{A\hat{\Delta}B}$.</p> <p>Β.5) $\hat{B\hat{\Delta}H} = \hat{A\hat{\Delta}\Gamma} = 104^\circ$ σαν κατακορυφήν.</p>		<p>Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι 180°.</p>

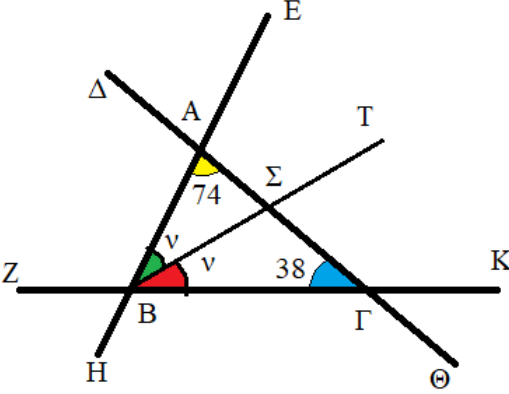
<p>B.6) $\hat{H}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Delta}\hat{B} = 76^\circ$ κατακορυφήν.</p> <p>B.7) $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{\Theta} = 180 - \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 180 - 38 = 142^\circ$ εφεξής παραπληρωματική της $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$.</p> <p>Γ) Στο τρίγωνο $\Delta A \Gamma$ είναι: $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 38^\circ$ άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές $\Delta A = \Delta \Gamma$.</p>	

12)

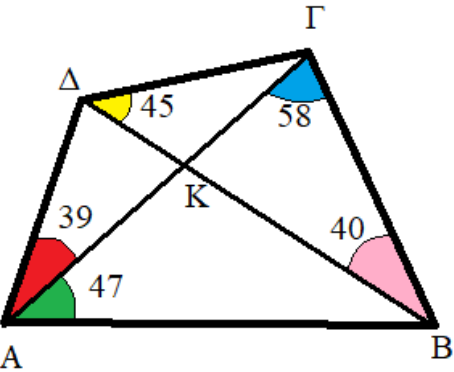
ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>12) Στο δίπλα σχήμα τα μέτρα των γωνιών, που φαίνονται, είναι σε μοίρες.</p> <p>A) Να υπολογισθούν οι γωνίες: $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{B}$ και $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{B}$, σε μοίρες.</p> <p>B) Τι είδους τρίγωνο είναι το τρίγωνο $B\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$;</p>	<p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>
<p>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: 42° , 105° , αμβλυγώνιο .</p>		

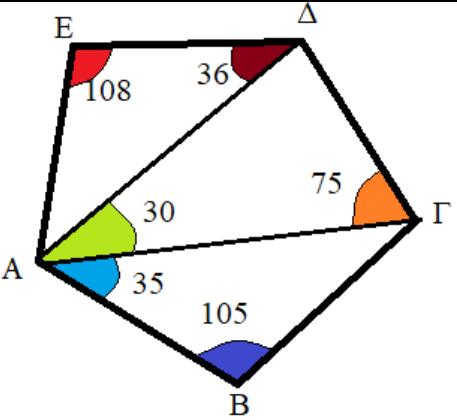
13)

ΣΕΛΙΔΑ 10

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>13) Στο δίπλα σχήμα τα μέτρα των γωνιών, που φαίνονται, είναι σε μοίρες. ΒΣ διχοτόμος.</p> <p>$\hat{BAG} = 74^\circ$ και $\hat{AGB} = 38^\circ$.</p> <p>Να υπολογιστούν όλες οι γωνίες που φαίνονται στο δίπλα σχήμα.</p>	
<p>ΑΠΑΝΣΗΣΗ: Γύρω από το Α $74^\circ, 106^\circ$.</p> <p>Γύρω από το Γ, $38^\circ, 142^\circ$. Γύρω από το Β, $34^\circ, 68^\circ, 112^\circ$.</p> <p>Γύρω από το Σ, $72^\circ, 108^\circ$.</p>		<p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>

14)

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>14) Στο δίπλα σχήμα τα μέτρα των γωνιών, που φαίνονται, είναι σε μοίρες. Να υπολογιστούν όλες οι γωνίες που φαίνονται στο δίπλα σχήμα.</p> <p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>	
<p>ΑΠΑΝΣΗΣΗ: Γύρω από το Κ, $82^\circ, 98^\circ$</p> <p>Γύρω από το Β 35°. Γύρω από το Γ, 37°. Γύρω από το Δ, 59°.</p>		

ΣΧΗΜΑ	ΑΣΚΗΣΗ	Σκέψεις-Ιδιότητες
	<p>15) Στο δίπλα σχήμα τα μέτρα των γωνιών, που φαίνονται, είναι σε μοίρες.</p> <p>A) Να υπολογιστούν όλες οι γωνίες που φαίνονται στο δίπλα σχήμα.</p> <p>B) Υπάρχουν στο σχήμα ισοσκελή τρίγωνα; Γιατί;</p>	
<p>ΑΠΑΝΣΗΣΗ: A) Γύρω από το A 36°. Γύρω από το Γ, 40°. Γύρω από το Δ, 75°. B) Ναι $ΑΓ=ΑΔ$ και $ΕΑ=ΕΔ$.</p>		<p>* Να δικαιολογηθεί κάθε απάντηση.</p>